



# Regeltechniek

## Les 9: Systemidentificatie en regelaarsinstelling

Prof. dr. ir. Toon van Waterschoot

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen  
**ESAT** – Departement Elektrotechniek  
KU Leuven, Belgium



# Regeltechniek: Vakinhoud

- **Deel 1: Systeemtheorie**

- Les 1: Inleiding en modelvorming
- Les 2: Signaaltransformaties
- Les 3: Systemen van eerste orde
- Les 4: Systemen van tweede & hogere orde en met dode tijd

- **Deel 2: Analoge regeltechniek**

- Les 5: De regelkring
- Les 6: Het wortellijnendiagram
- Les 7: De klassieke regelaars
- Les 8: Voorbeelden en toepassingen
- Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling
- Les 10: Speciale regelstructuren
- Les 11: Niet-lineaire regeltechniek & aan-uit regelaars

# Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling

- **Systeemidentificatie en regelaarsinstelling** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 6]
  - Trial & error regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Ziegler-Nichols regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Eenvoudige systeemidentificatiemethodes (*niet in cursustekst!*)
  - Bedragsoptimum
  - Symmetrisch optimum

# Trial & error regelaarsinstelling

- **Regeltjes:**

- Stel eerst de P-waarde in zodat de standfout minimaal is en de regelaar na 2-3 slingeringen redelijk stabiel is (hoge versterking).
- Voer de I-waarde op totdat de regelaar redelijk snel op de goede eindwaarde komt.
- Stel de D-waarde in zodat de regelaar sneller op de gewenste waarde komt zonder dat de regeling te onrustig wordt.

# Trial & error regelaarsinstelling

- **Opmerking:**

- Voor processen met veel storing bij een D-actie → gebruik PI regeling (bv. bij elektromotoren)
- Gegeven dat elke parameter (P,I,D) typisch kan variëren van 0,01 tot 100 en dat de vertragingstijden in het proces groot kunnen zijn kan dit een langdurige opgave zijn

# Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling

- **Systeemidentificatie en regelaarsinstelling** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 6]
  - Trial & error regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Ziegler-Nichols regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Eenvoudige systeemidentificatiemethodes (*niet in cursustekst!*)
  - Bedragsoptimum
  - Symmetrisch optimum

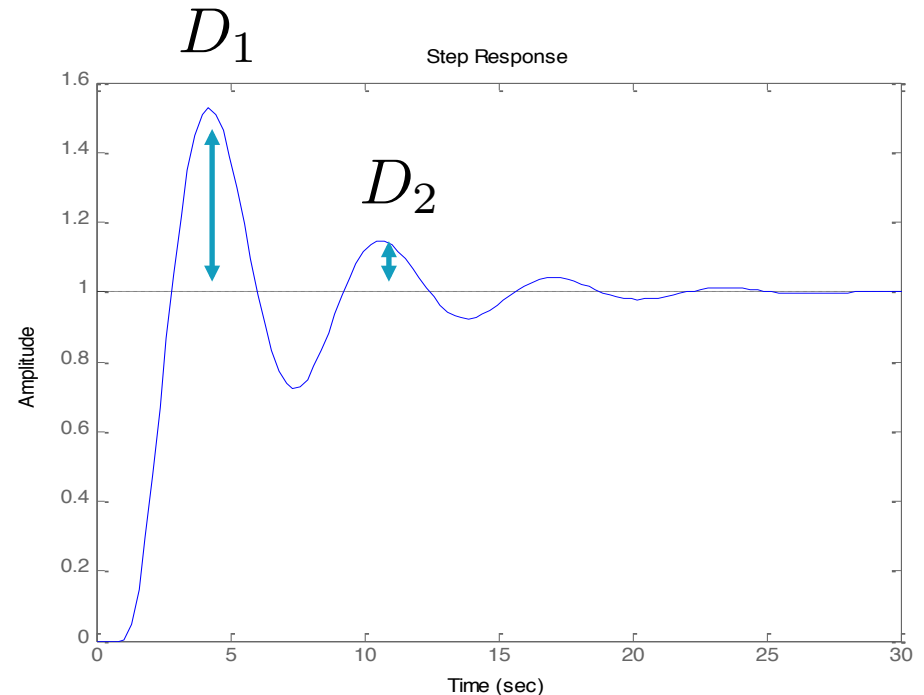
# Ziegler-Nichols regelaarsinstelling

- Empirische doelstellingen:

- verval ratio  $\frac{D_1}{D_2} \approx \frac{1}{4}$

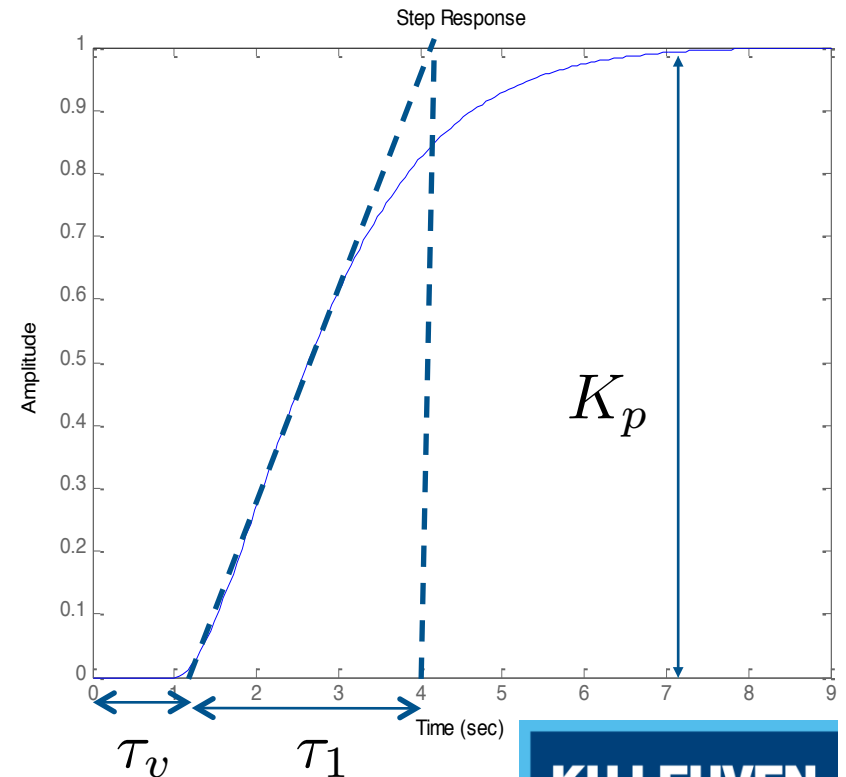
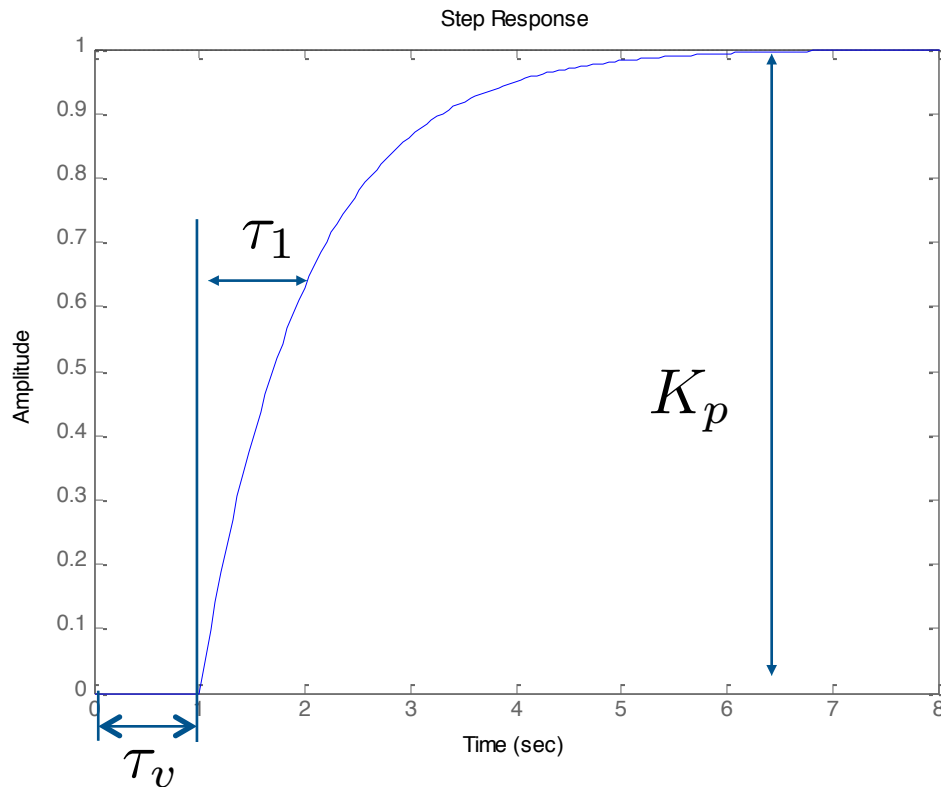
- standfout = 0

- Ziegler-Nichols instelling geeft vuistregeltjes zodat aan bovenstaande doelstellingen tegemoet gekomen wordt



# Ziegler-Nichols regelaarsinstelling

- **ZN instelling 1:** Gebaseerd op stapresponsie van het ongeregelde systeem
  - Bepaal experimenteel parameters  $\tau_1, K_p, \tau_v$





# Ziegler-Nichols regelaarsinstelling

- Gebruik parameters voor regelaarsinstelling aan de hand van onderstaande tabel.

	$K_r K_p$	$P = K_r$	$\tau_i$	$I = \frac{K_r}{\tau_i}$	$\tau_d$	$D = K_r \tau_d$
P	$\frac{\tau_1}{\tau_v}$	$\frac{\tau_1}{\tau_v K_p}$	-	-	-	-
PI	$\frac{0,9\tau_1}{\tau_v}$	$\frac{0,9\tau_1}{\tau_v K_p}$	$3,3\tau_v$	$\frac{K_r}{3,3\tau_v}$	-	-
PID	$\frac{1,2\tau_1}{\tau_v}$	$\frac{1,2\tau_1}{\tau_v K_p}$	$2\tau_v$	$\frac{K_r}{2\tau_v}$	$0,5\tau_v$	$0,5K_r \tau_v$

- Let op met niet-lineariteiten: Trade-off tussen kleine stap (onnauwkeurig vooral bij veel stoorsignalen) en grote stap (proces kan anders reageren indien instelling te ver van het werkingpunt)
- Zie bv. ook Cohen en Coon tabel → andere formules
- [Tan, 2006], “Comparison of some well-known PID tuning formulas”

# Ziegler-Nichols regelaarsinstelling

- **ZN instelling 2:** Gebaseerd op proportioneel geregeld systeem

- maak het geregelde systeem marginaal stabiel
- bepaal de volgende parameters (bv. a.h.v. staprespons):

$K_m$  : versterking waarop het systeem marginaal stabiel is

$T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$  : periode van de oscillatie

- stel regelaar in volgens tabel:

	$K_r$	$\tau_i$	$\tau_d$
P	$\frac{K_m}{2,0}$	-	-
PI	$\frac{K_m}{2,2}$	$\frac{T_p}{1,2}$	-
PID	$\frac{K_m}{1,7}$	$\frac{T_p}{2,0}$	$\frac{T_p}{8,0}$

# Ziegler-Nichols regelaarsinstelling

- **Opmerkingen:**

- De amplitude van de oscillaties hangt af van het proces en kan niet gecontroleerd worden → aanvaardbaar?
- Systeem marginaal stabiel maken zal niet kunnen tijdens productie!
- Let op voor stoorsignalen, andere in cascade geschakelde regelaars, tijdens de instelling
- Tijdens de instelling moeten de I en D actie van de regelaar afgezet worden →  $\tau_d = \min$  en  $\tau_i = \max$
- Resultaat moet sinusoidale oscillaties met constante amplitude geven, verwar niet met limietcycli ten gevolge van niet-lineariteiten.
  - limietcycli = niet-sinusoidale oscillaties met constante amplitude
  - check regelaarsuitgang!!

# Ziegler-Nichols regelaarsinstelling

- **Opmerkingen:**

- Omdat het een empirische methode is, worden de regelaarparameters niet optimaal geschat.
- Veel digitale regelaars kunnen zelfstandig een optimum vinden (“**autotuning**”). Hiervoor wordt vaak Ziegler-Nichols gebruikt. Tijdens de autotuning wordt de regelfunctie even uitgezet om de instelling te berekenen via een stapresponsie.

# Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling

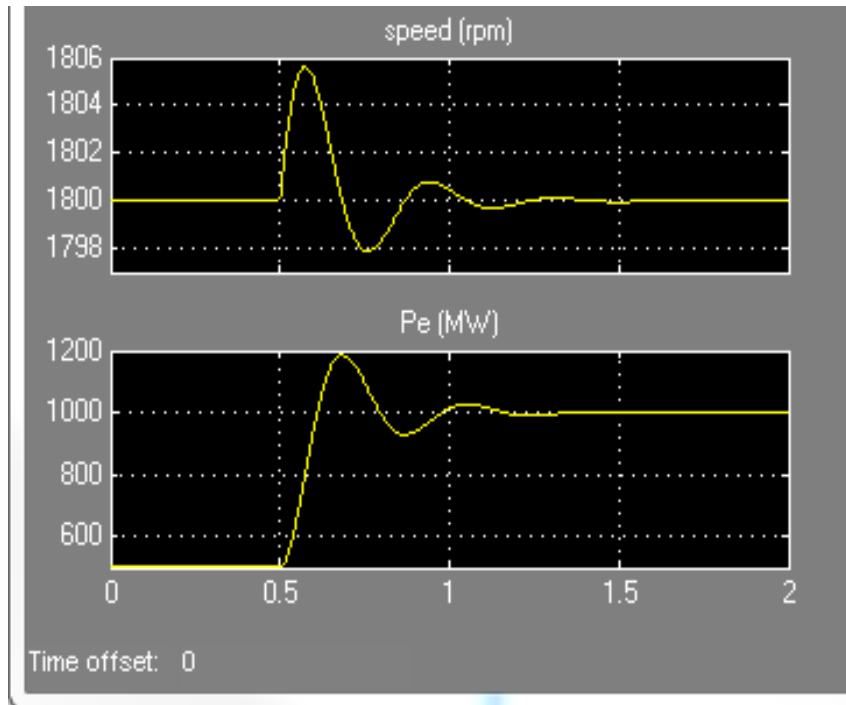
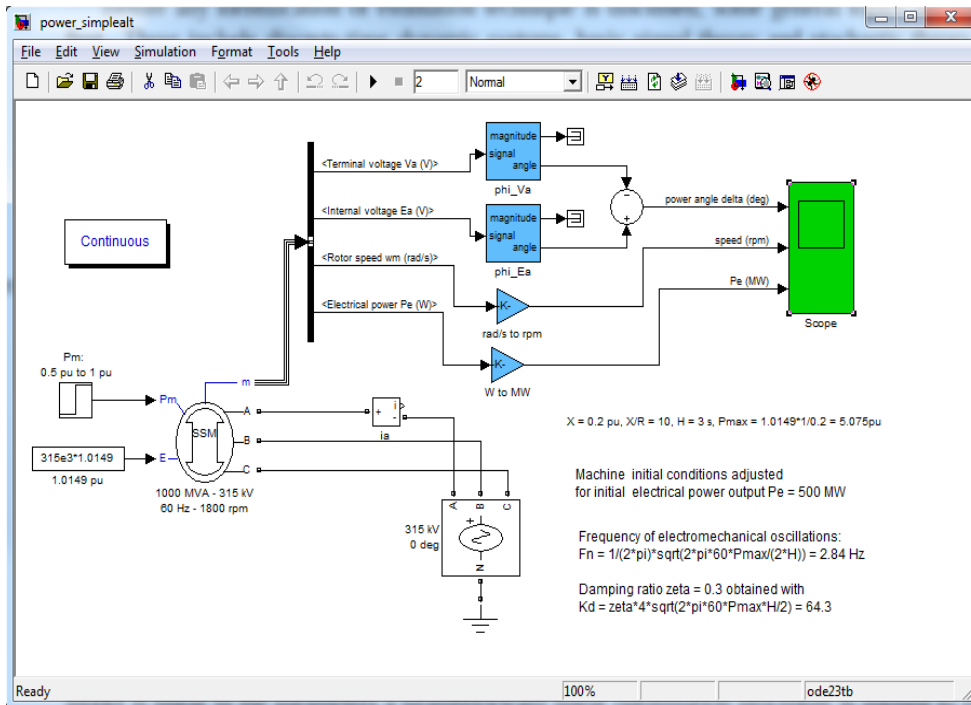
- **Systeemidentificatie en regelaarsinstelling** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 6]
  - Trial & error regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Ziegler-Nichols regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Eenvoudige systeemidentificatiemethodes (*niet in cursustekst!*)
  - Bedragsoptimum
  - Symmetrisch optimum

# Eenvoudige systeemidentificatie

- **Doelstelling:**
  - optimale regelaarsinstellingen hangen af van transfertfunctie van te regelen systeem
  - bepalen van transfertfunctie op basis van gekend ingangsen opgemeten uitgangssignaal = **systeemidentificatie**
- **Eenvoudige systeemidentificatie:**
  - berekening systeempparameters a.h.v. stapresponsie
  - berekening systeempparameters a.h.v. Bodediagram
- **Geavanceerde systeemidentificatie:**
  - keuze systeemmodel
  - berekening optimale modelparameters
  - komt aan bod in vak “Digital Signal Processing-2” (MELO)

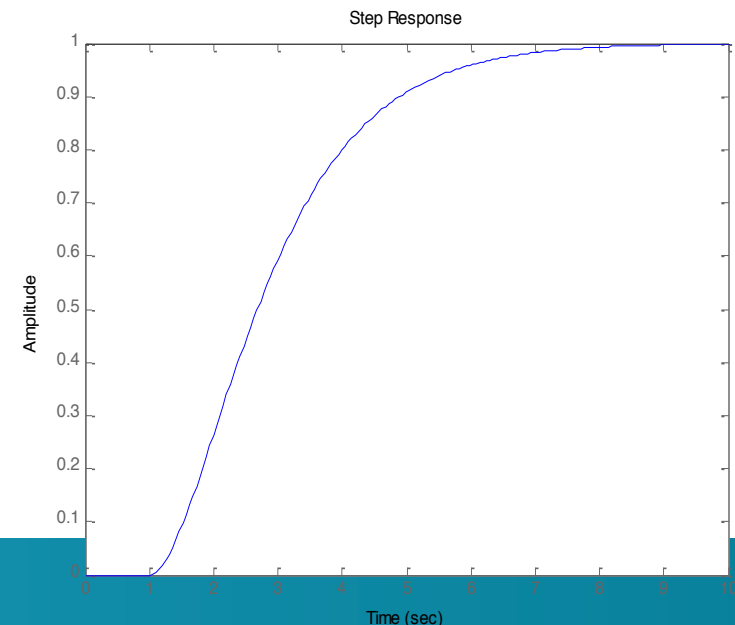
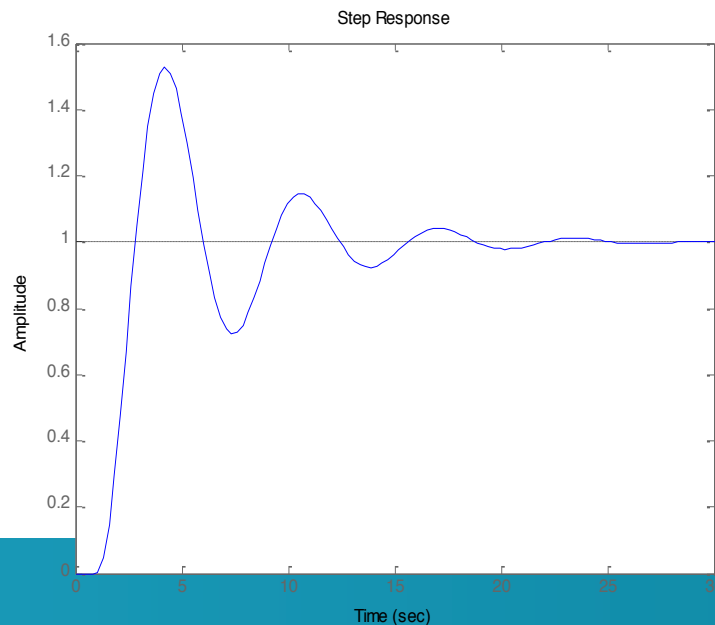
# Eenvoudige systeemidentificatie

- Voorbeeld: generator (Matlab: `power_simplealt`)



# Eenvoudige systeemidentificatie

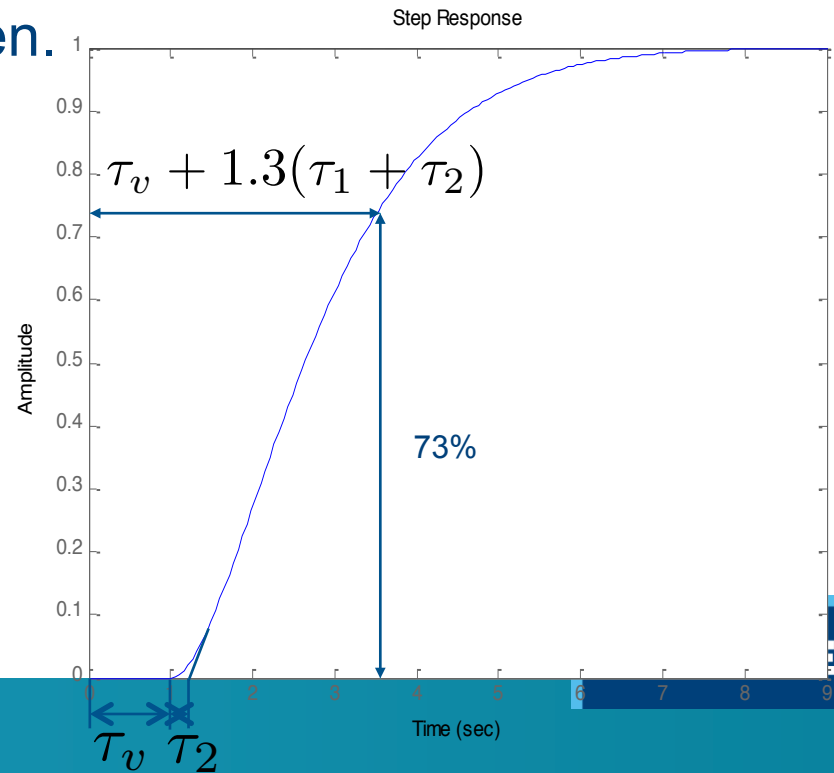
- **Berekening systeemparemeters a.h.v. stapresponsie**
  - Eerste orde systeem heeft een herkenbare stapresponsie (bepaal  $\tau$  en  $K$  grafisch, zie Ziegler-Nichols instelling)
  - Tweede orde systeem met dode tijd kan onderstaande stapresponsies hebben
  - Hogere orde systemen worden vaak benaderd door tweede orde systeem





# Eenvoudige systeemidentificatie

- Voor een 2de orde systeem zonder doorschot ( $\zeta \geq 1$ ) is de stapresponsie 73% bij  $t = \tau_v + 1.3(\tau_1 + \tau_2)$   
[Cool, Schijff, Viersma, 1991]
- Lineariseer de exponentiële functie om  $\tau_2$  te vinden;  
 $\tau_v$  kan makkelijk gevonden worden;  
 $\tau_1$  kan dan berekend worden.



# Eenvoudige systeemidentificatie

- Een 2de orde systeem zonder doorschot ( $\zeta \geq 1$ ) kan beschreven worden als een cascade van twee 1e orde systemen met tijdsconstanten

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})}$$

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})}$$

- Daaruit volgen de natuurlijke eigenpulsatie en dempingsfactor van het 2e orde systeem

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}, \quad \zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$

# Eenvoudige systeemidentificatie

- Voor een 2de orde systeem met doorschot ( $\zeta < 1$ )  
bepalen we de dempingsfactor  $\zeta$  a.h.v. het doorschot  $D$

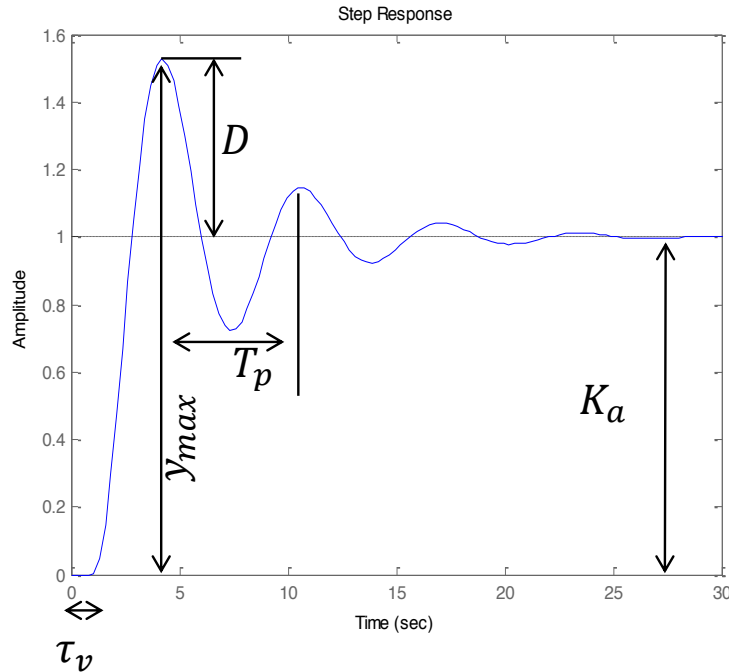
$$\zeta = -\frac{\ln(D)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(D)}}$$

en de gedempte eigenpulsatie  $\omega_p$  a.h.v. oscillatieperiode  $T_p$

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p}$$

# Eenvoudige systeemidentificatie

- Voorbeeld:



Mechanisch vermogen vb. :

$$\tau_v = 0$$

$$K_a = 1000 - 505 = 495$$

$$K_p = \frac{495}{0.5} = 990$$

$$D = \frac{y_{max} - K_a}{K_a} = \frac{680 - 495}{495} = 0.37$$

Verband  $D$  and  $\zeta$

$$\zeta = -\frac{\ln(D)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(D)}} = 0.303$$

De gedempte eigenpulsatie kan bepaald worden door  $T_p = 0.35$  ms

$$\omega_p = 2\pi \frac{1}{T_p} = 2\pi 2.86 \text{ Hz} = 18 \text{ rad/s}$$

$$\omega_p = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \Rightarrow \omega_n = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{18}{\sqrt{1 - 0.303^2}} = 18.88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

In de standaardvorm geeft dit

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 K_p}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{352890}{s^2 + 11.4s + 365.5}$$

# Eenvoudige systeemidentificatie

- **Berekening systeemparemeters a.h.v. Bodediagram:**
  - Leg een breedbandig ingangssignaal aan
  - Meet uitgangssignaal op
  - Teken Bodediagram
  - Teken asymptoten, het snijpunt bepaalt de eigenfrequentie
  - Indien daling asymptoot  $20\text{dB/decade}$   $\rightarrow$  1ste orde proces

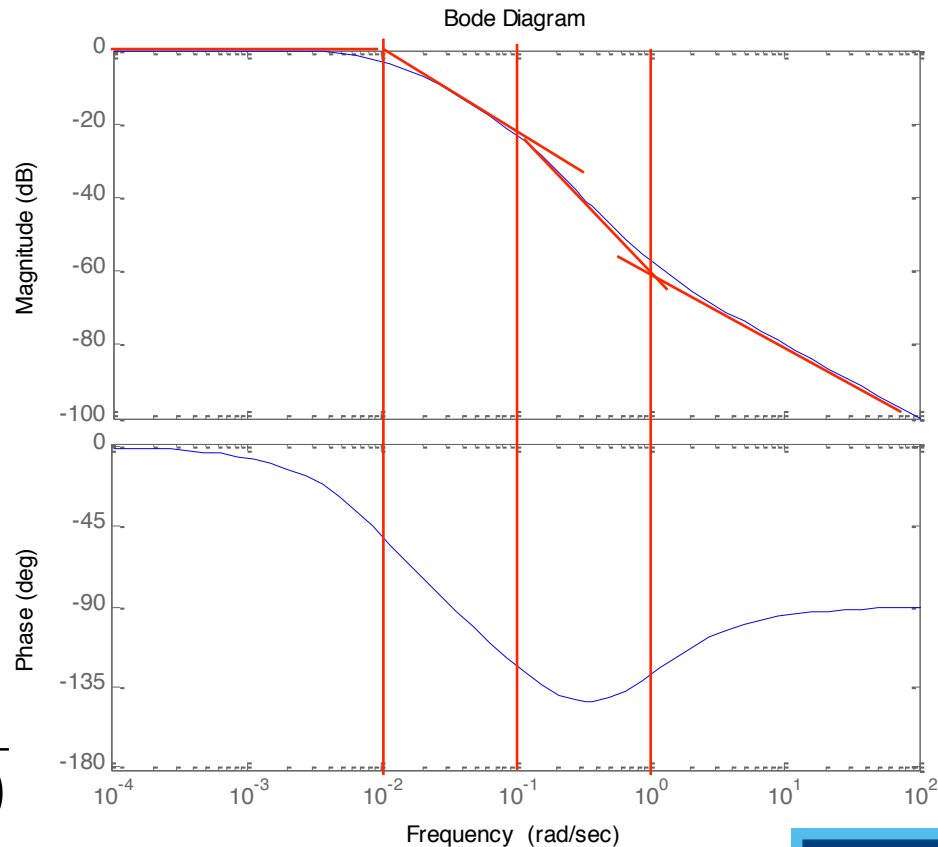
# Eenvoudige systeemidentificatie

- **2de orde proces:**

- $\zeta \leq 1 \rightarrow$  daling 40dB/decade voor frequenties na de eigenfrequentie
- $\zeta > 1 \rightarrow$  zie figuur

- oplossing:

$$\frac{p + 1}{(10p + 1)(100p + 1)}$$



# Eenvoudige systeemidentificatie

- **Opmerking:**
  - in de meeste gevallen zijn de ‘knie’-punten niet zo makkelijk te vinden...

# Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling

- **Systeemidentificatie en regelaarsinstelling** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 6]
  - Trial & error regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Ziegler-Nichols regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Eenvoudige systeemidentificatiemethodes (*niet in cursustekst!*)
  - Bedragsoptimum
  - Symmetrisch optimum



# Bedragsoptimum

- **Doel?** Regelaar ontwikkelen die snel, juist en zonder veel overgangsverschijnselen de gewenste waarde bereikt
- **Hoe?** Optimaliseren:
  - bedragsoptimum
  - symmetrisch optimum

# Bedragsoptimum

- Beschouw de transfertfunctie van een 2de orde systeem:

$$TF = H(p) = \frac{a_0}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}$$

- Ideaal gedrag?  $|TF(j\omega)| = 1$
- Waarom? regelaar volgt perfect referentie (geen vertraging, doorschot, ...)
- Voorwaarde?

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{a_0^2}{a_0^2 + \omega^2(a_1^2 - 2a_0a_2) + \omega^4a_2^2}} = 1$$

- Voldoende voorwaarden?  ~~$a_2 = 0$~~  en  $a_1^2 - 2a_0a_2 = 0$

# Bedragsoptimum

- Om zo lang mogelijk aan deze voorwaarde te voldoen, kiezen we  $a_1 = \sqrt{2a_0a_2}$

- Resultaat?

$$H(p)_{opt} = \frac{a_0}{a_0 + p\sqrt{2a_0a_2} + p^2a_2} = \frac{1}{1 + p\sqrt{\frac{2a_2}{a_0}} + p^2\left(\frac{a_2}{a_0}\right)}$$

- Dit geeft  $\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$  en  $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$  (= 4% doorschot)

- Door  $2\sigma = \sqrt{\frac{2a_2}{a_0}}$  te stellen krijgen we de geslotenlus TF

bij bedragsoptimum:

$$H(p)_{BO} = \frac{1}{1 + p2\sigma + p^22\sigma^2}$$

# Bedragsoptimum

- Voor een regelkring met eenheidsterugkoppeling stemt dit overeen met een openlus TF

$$H(p)_{BO,open} = \frac{1}{p2\sigma(1 + p\sigma)}$$

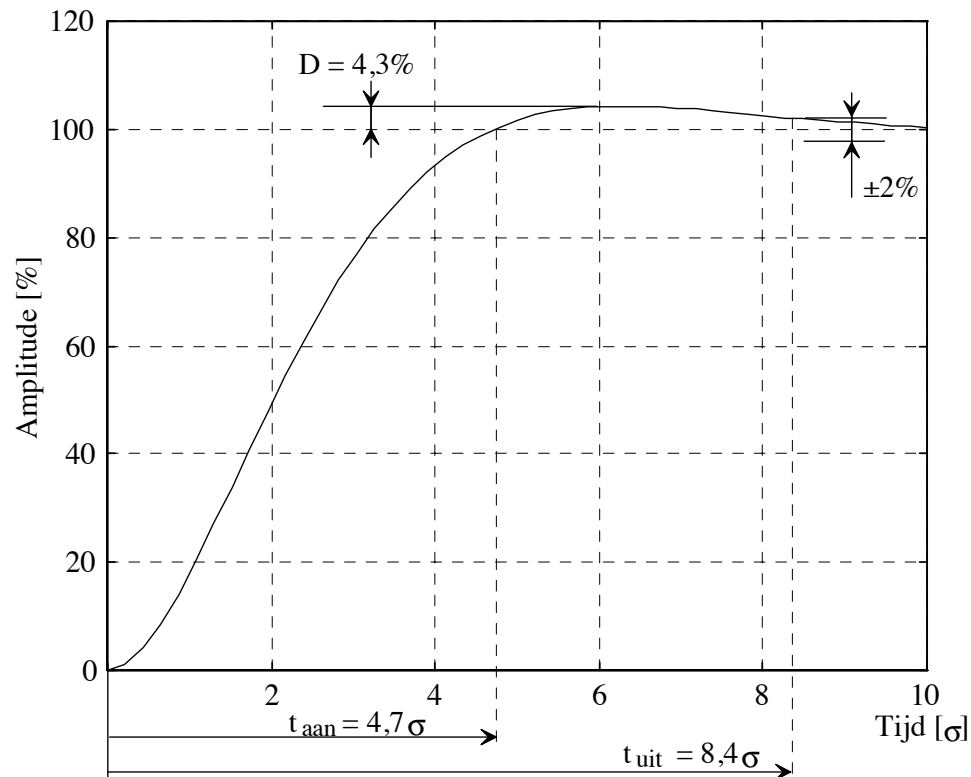
- De PID-parameters  $K_r, \tau_i, \tau_d$  worden dan ingesteld om de volgende openlus TF te bekomen:

$$K_r \left( 1 + \frac{1}{\tau_i p} \right) (1 + \tau_d p) \cdot TF_{systeem} = \frac{1}{p2\sigma(1 + p\sigma)}$$

# Bedragsoptimum

- **Voorbeeld:**

- staprespons van een regelkring geoptimaliseerd volgens BO
- enige vrije parameter  $\sigma$  bepaalt snelheid van systeem (~ tijdsconstante)



# Bedragsoptimum

- Bij toepassing van een **I-actie** mag het systeem geen zuivere integrator bevatten om het BO te kunnen bepalen. De openlus TF bevat dan altijd 1 zuivere integrator:

$$H(p)_{BO,open} = \frac{1}{p2\sigma(1 + p\sigma)}$$

- Bij PI- of PID-regelaar moet de **I- of de D-actie** respectievelijk de grootste en eventueel de 2<sup>de</sup> grootste  $\tau$  compenseren. Voor kan de som van (ongecompenseerde) kleinste  $\tau$  genomen worden.
- Een BO geoptimaliseerde kring kan vereenvoudigd worden tot een 1<sup>e</sup> orde systeem met  $\tau = 2\sigma$

# Bedragsoptimum

- **Vuistregels bedragsoptimum:**
  - neem voor  $\tau_i$  de grootste tijdsconstante van  $G$
  - neem voor  $\tau_d$  de tweede grootste tijdsconstante
  - neem voor  $\sigma$  de som van alle overige tijdsconstanten
- **Oefeningen (thuis!):**
  - Baeten, REG1, Hoofdstuk 6, pagina 6.4

# Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling

- **Systeemidentificatie en regelaarsinstelling** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 6]
  - Trial & error regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Ziegler-Nichols regelaarsinstelling (*niet in cursustekst!*)
  - Eenvoudige systeemidentificatiemethodes (*niet in cursustekst!*)
  - Bedragsoptimum
  - Symmetrisch optimum



# Symmetrisch optimum

- Beschouw een karakteristiek van 3<sup>de</sup> orde systeem

$$TF = H(p) = \frac{a_0 + pa_1}{a_0 + pa_1 + p^2a_2 + p^3a_3}$$

- Ideaal gedrag?

$$|TF(\omega)| = 1$$

- Voorwaarde?

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{a_0^2 + \omega^2 a_1^2}{a_0^2 + \omega^2(a_1^2 - 2a_0a_2) + \omega^4(a_2^2 - 2a_1a_3) + \omega^6 a_3^2}} = 1$$

# Symmetrisch optimum

- Voldoende voorwaarden?

$$\cancel{a_1 = 0, a_3 = 0}, a_1^2 = 2a_0a_2 \text{ en } a_2^2 = 2a_1a_3 \Rightarrow a_3 = \frac{\left(\frac{a_1^2}{2a_0}\right)^2}{2a_1} = \frac{a_1^3}{8a_0^2}$$

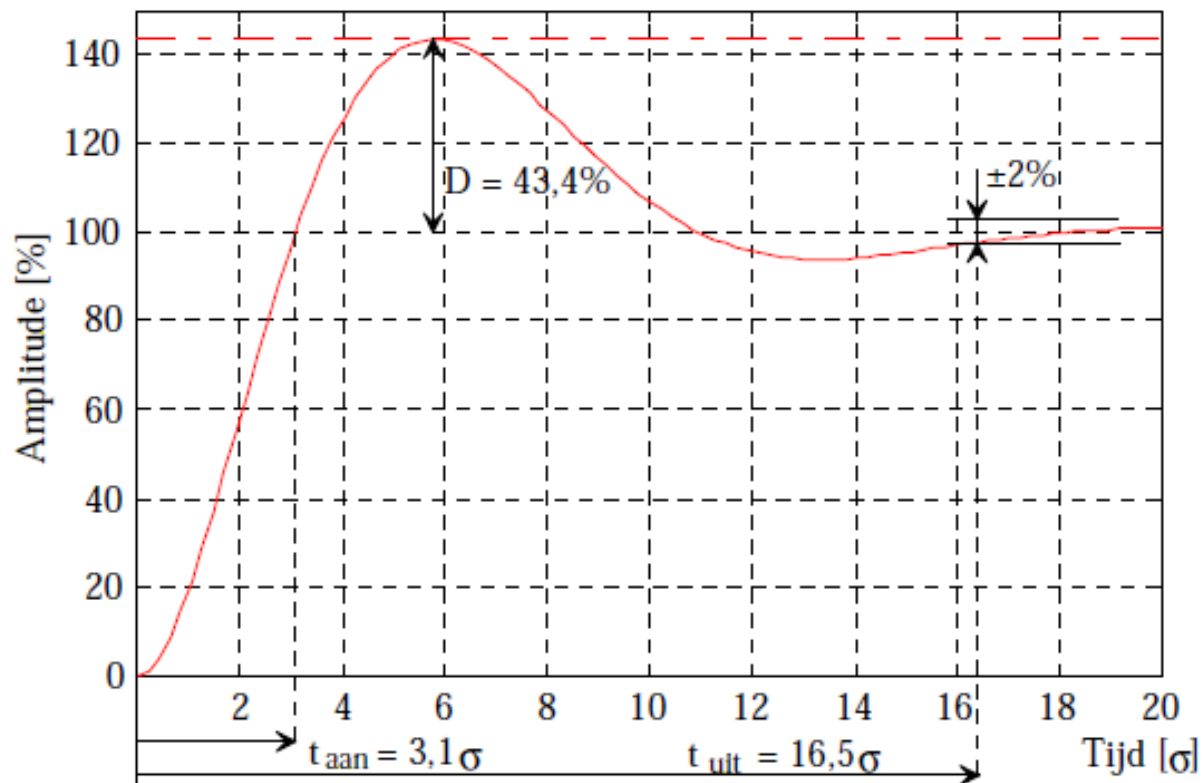
- Resultaat?

$$\begin{aligned} H(p)_{opt} &= \frac{1 + p\frac{a_1}{a_0}}{1 + p\frac{a_1}{a_0} + p^2\frac{a_1^2}{2a_0^2} + p^3\frac{a_1^3}{8a_0^3}} \\ &= \frac{1 + p4\sigma}{1 + p4\sigma + p^28\sigma^2 + p^38\sigma^3} \quad \left( \text{met } 4\sigma = \frac{a_1}{a_0} \right) \end{aligned}$$

# Symmetrisch optimum

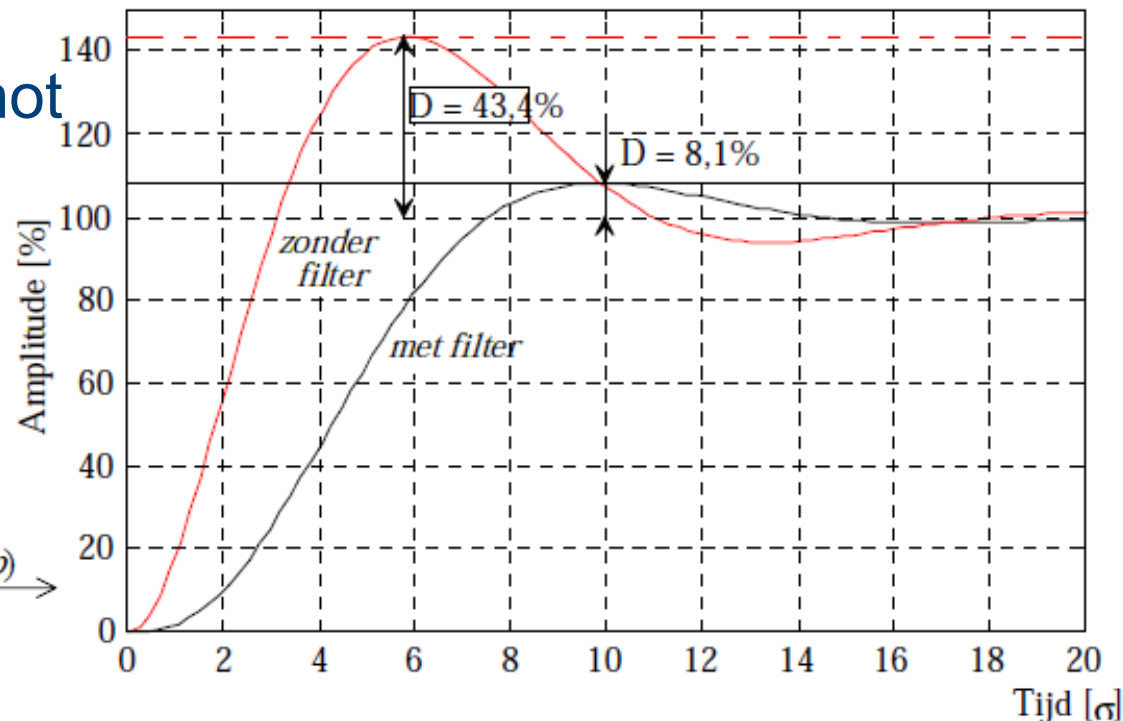
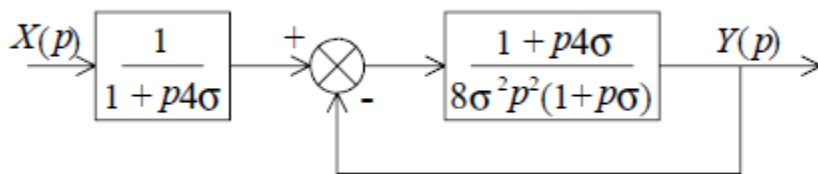
- Voor een systeem met eenheidsterugkoppeling wordt de openlus TF dan:

$$H(p)_{SO,open} = \frac{1 + p4\sigma}{8\sigma^2 p^2 (1 + p\sigma)}$$



# Symmetrisch optimum

- Snelheidsfout  $\rightarrow 0$  door dubbele integratie in gesloten lus
- Probleem: zeer groot doorschot (43,3%)
- Oplossing: vertraging ingangssignaal via filter met als tijdsconstante  $4\sigma$  zodat het nulpunt (differentiator) wordt ingeperkt !!
- Gevolg: 8.1% doorschot



# Symmetrisch optimum

- **Vuistregels bedragsoptimum:**
  - neem voor  $\tau_i$  de grootste tijdsconstante van  $G$
  - neem voor  $\tau_d$  de tweede grootste tijdsconstante
  - neem voor  $\sigma$  de som van alle overige tijdsconstanten
- **Oefeningen (thuis!):**
  - Baeten, REG1, Hoofdstuk 6, pagina 6.7

# Samenvatting bedrags- en symmetrisch optimum

	soort regelaar	eigenschappen van proces	instelling regelaar
BEDRAGSOPTIMUM	P	$\tau_1 \gg \sigma$	$K_r = \tau_1 / (2K_p \sigma)$
	PI	$\tau_1 \leq 4\sigma$	$\tau_i = \tau_1$ $K_r = \tau_1 / (2K_p \sigma)$
	PID	$\tau_1 \leq 4(\tau_2 + \sigma)$	$\tau_i = \tau_1$ $\tau_d = \tau_2$ $K_r = \tau_1 / (2K_p \sigma)$
SYMMETRISCH OPTIMUM	PI	integrator $\tau_1$ of $\tau_1 > 4\sigma$	$\tau_i = 4\sigma$ $K_r = \tau_1 / (2K_p \sigma)$
	PID	integrator $\tau_1$ en $\tau_2$ of $\tau_1 > 4(\tau_2 + \sigma)$	$\tau_i = 4\sigma$ $\tau_d = \tau_2$ $K_r = \tau_1 / (2K_p \sigma)$

Tabel 6.1: Keuze van regelaar en bijbehorende instelling.

# Bijkomende literatuur (optioneel)

Wen Tan, Jizhen Liu, Tongwen Chen, Horacio J. Marquez,  
“Comparison of some well-known PID tuning formulas”,  
*Computers and Chemical Engineering*, vol. 30, pp.  
1416-1423, 2006.

(PDF op Toledo)