



# Regeltechniek

## Les 5: De regelkring

Prof. dr. ir. Toon van Waterschoot

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen

**ESAT** – Departement Elektrotechniek

KU Leuven, Belgium

# Regeltechniek: Vakinhoud

- **Deel 1: Systemetheorie**

- Les 1: Inleiding en modelvorming
- Les 2: Signaaltransformaties
- Les 3: Systemen van eerste orde
- Les 4: Systemen van tweede & hogere orde en met dode tijd

- **Deel 2: Analoge regeltechniek**

- Les 5: De regelkring
- Les 6: Het wortellijnendiagram
- Les 7: De klassieke regelaars
- Les 8: Voorbeelden en toepassingen
- Les 9: Systemidentificatie en regelaarsinstelling
- Les 10: Speciale regelstructuren
- Les 11: Niet-lineaire regeltechniek & aan-uit regelaars

# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Inleiding

- **Systeemtheorie**

- beschrijft gedrag van systeem (of model van systeem)
- vertrekpunt voor regelen van systeem
- vergelijking tussen geregeld en ongeregeld systeem

- **Regelkring**

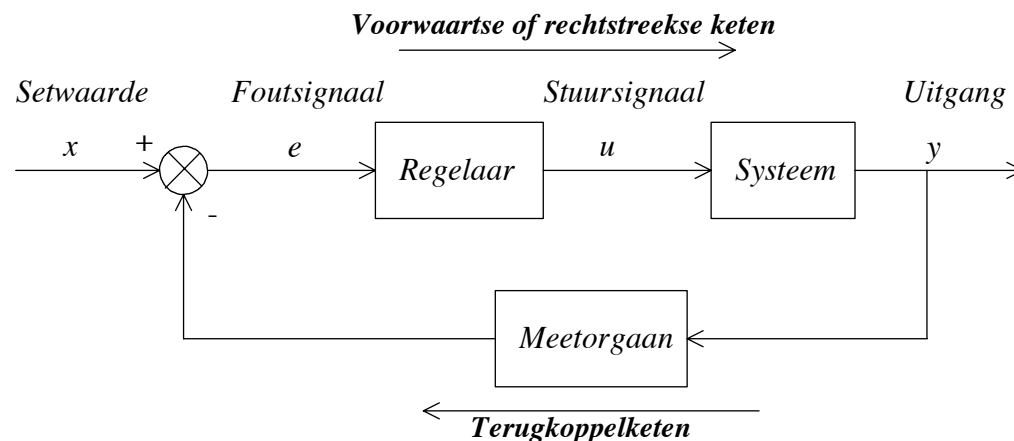
- kern van regeltechniek!
- gedrag wordt eveneens beschreven m.b.v. systeemtheorie

# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Terugkoppeling (1)

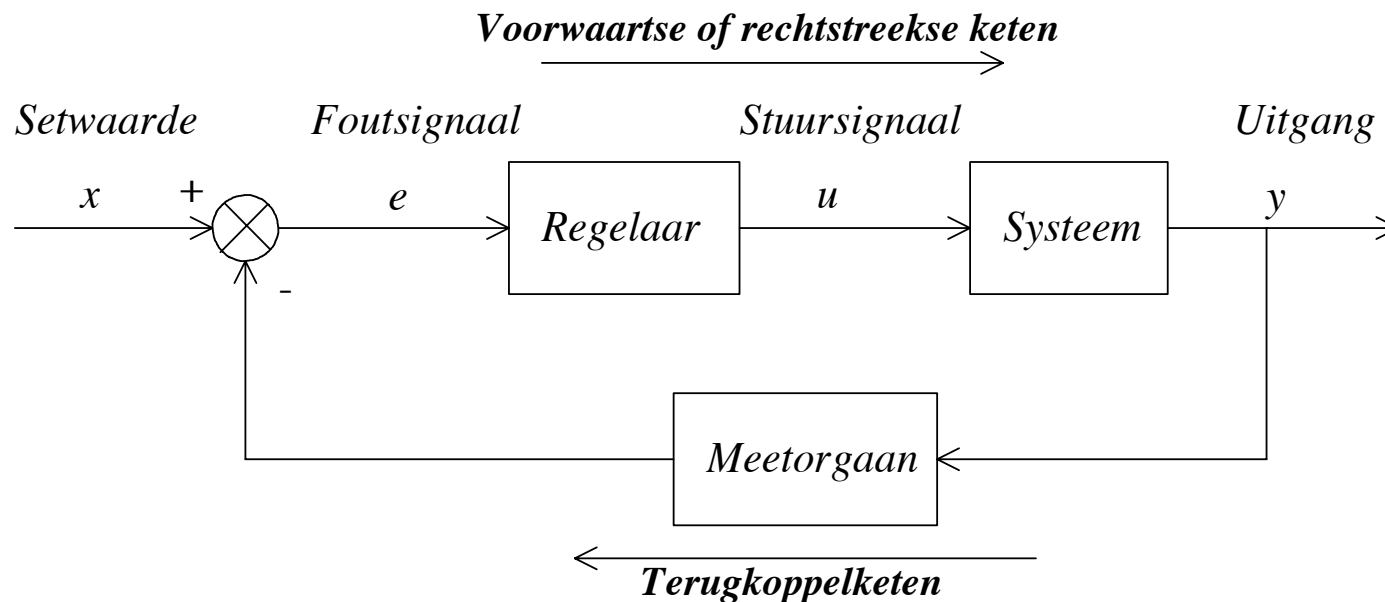
- **Procedure van terugkoppeling**
  - Meet uitgangssignaal  $y$  van systeem
  - Stel ideaal/gewenst uitgangssignaal  $x$  voorop (evt. via model)
  - Zorg ervoor dat verschil  $e = x - y$  tussen gewenst en gemeten uitgangssignaal 0 wordt
- **Doel van terugkoppeling**
  - **Automatiseer** deze procedure



# Terugkoppeling (2)

- **Intelligentie van terugkoppeling**

- Bepaal uit foutsignaal  $e$  gepast ingangssignaal  $u$  voor systeem (stuursignaal)
- Hierdoor verandert uitgangssignaal  $y$  en foutsignaal  $e$ , wat weer nieuw stuursignaal  $u$  oplevert, ...



# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

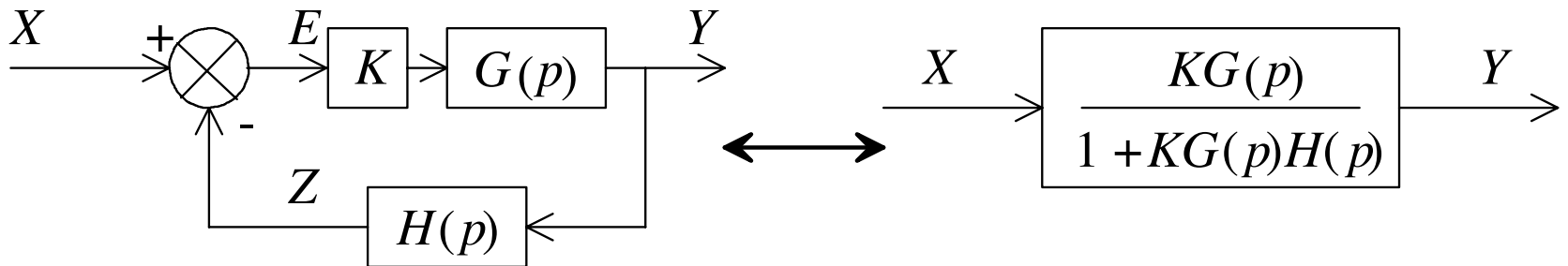


# Standaardregelkring

- **Transfertfuncties standaardregelkring**

- TF regelaar + systeem (uitgez. versterking) =  $G(p)$
- TF terugkoppelketen (meetorgaan) =  $H(p)$
- TF openlussysteem = **openlus TF** =  $G(p)H(p)$
- TF geslotenlussysteem = **geslotenlus TF** =

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)H(p)}$$

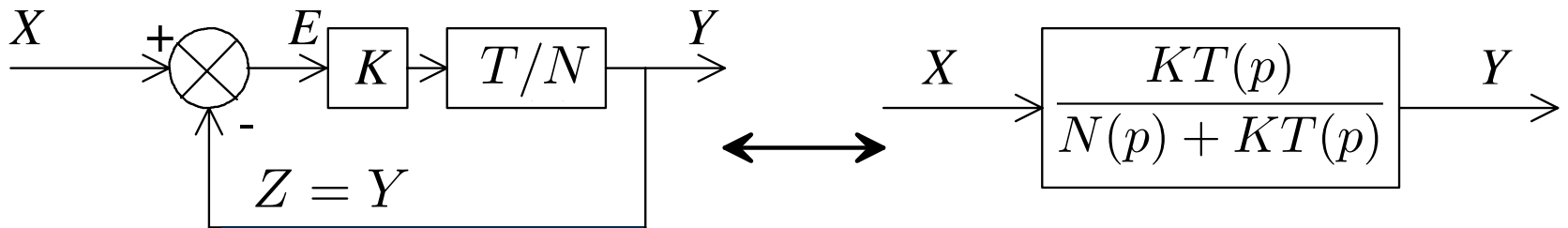


# Standaardregelkring

- **TF regelkring met eenheidsterugkoppeling**

- eenheidsterugkoppeling:  $H(p) = 1$
- als TF regelaar + systeem wordt voorgesteld als  $G(p) = \frac{T(p)}{N(p)}$  dan wordt geslotenlus TF

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{KT(p)}{N(p) + KT(p)}$$



# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Eigenschappen

- **Waarom eigenschappen bestuderen ?**

- Door terugkoppeling is TF veranderd

$$KG(p) \rightarrow \frac{KG(p)}{1 + KG(p)H(p)}$$

- **Welke eigenschappen bestuderen = criteria regelaar?**

- stabiliteit
- snelheid
- nauwkeurigheid: statische (standfout) en dynamisch (ruisonderdrukking)

# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Absolute stabiliteit (1)

- **Definitie absolute stabiliteit:**

*Een systeem is (absoluut) stabiel indien dit systeem bij het aanleggen van een bepaald (vast) signaal (een stap of een impuls) convergeert naar een bepaalde (eindige) waarde toe. Indien het daarentegen naar oneindig divergeert, dan is het systeem instabiel. (In feite gaat het hier om het overgangsverschijnsel dat al dan niet uitsterft.)*

- **Invloed polen op systeemgedrag:**

- uit systeemtheorie weten we dat polen het gedrag bepalen
- reële pool  $a$  geeft reactie  $e^{at}$
- complexe pool  $a + jb$  geeft reactie  $e^{at} \sin(bt)$

# Absolute stabiliteit (2)

- **Drie mogelijke gevallen:**

- $a > 0$  betekent **onstabiel**/divergerend systeem
- $a = 0$  betekent op de rand van stabiliteit, **marginaal stabiel**

- bij stapresponsie (TF =  $1/p$ ) geeft dit convergentie naar :

$$\text{TF} \sim \frac{1}{p^2}$$

- bij impulsresponsie (TF = 1) betekent dit convergentie naar vaste waarde
- bij zuiver complex toegevoegde polen wordt impulsresponsie:

$$\sin(bt)$$

- $a < 0$  geeft **absoluut stabiel** systeem, hoe negatiever hoe sneller !!

# Absolute stabiliteit (3)

- **Absolute stabiliteit regelsysteem**

- Noemer van TF is veranderd door terugkoppeling !!
- Nieuwe karakteristieke vergelijking van geslotenlussysteem:

$$1 + KG(p)H(p) = 0$$

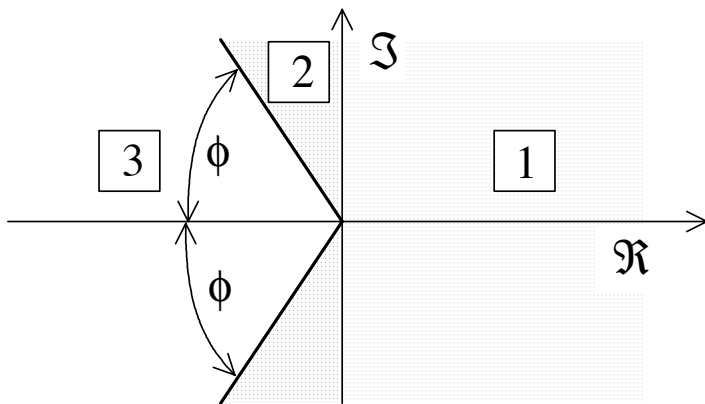
- Wortels karakteristieke vergelijking = polen geslotenlussysteem en bepalen stabiliteit regelkring!
- Polen kunnen verplaatst worden door keuze van  $K, H(p)$



# Relatieve stabiliteit

- **Relatieve stabiliteit**

- Andere definitie van stabiliteit
- Absoluut stabiel + overgangsverschijnselen verdwijnen snel genoeg ( $a$  klein genoeg) of er is genoeg demping (hoek klein genoeg)
- Ligging complexe pool: negatief reeel deel en ver genoeg van de imaginaire as



1 : Absoluut instabiel

2 : Relatief instabiel (Absoluut stabiel)

3 : Absoluut en relatief stabiel

$\phi = 50^\circ - 60^\circ$

# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Stabiliteit in frequentiedomein

- I.p.v de polen te bekijken, nu de versterking voor de frequenties van hetingangssignaal
  - ingang met frequentie  $f$  en amplitude  $A$  geeft aan uitgang ?
  - uitgang met frequentie  $f$ , amplitude  $A'$  en faseverschuiving
  - hoe deze verandering bepalen ?
    - stel  $p = j\omega$  met  $\omega$  de pulsatie:

$$\text{TF} = \frac{KG(j\omega)}{1 + KG(j\omega)H(j\omega)}$$

- de karakteristieke vergelijking is:

$$1 + KG(j\omega)H(j\omega) = 0$$

# Nulpunten karakteristieke vergelijking

- Wanneer is  $TF = \infty$  ?

$$1 + KG(j\omega)H(j\omega) = 0 \quad \text{of} \quad KG(j\omega)H(j\omega) = -1$$

- Dit geeft als voorwaarden:

$$\begin{cases} |KG(j\omega)H(j\omega)| = 1 \\ \angle KG(j\omega)H(j\omega) = 180^\circ \end{cases}$$

*Indien de versterking voor een bepaalde pulsatie oneindig groot wordt, dan bevindt het systeem zich op de rand van de stabiliteit. Het is dan marginaal stabiel. In dit geval zal het overgangsverschijnsel niet meer 'overgaan', maar blijft zichzelf versterken en onderhouden.*

# Verband met systeemtheorie

- Wanneer gelden deze voorwaarden ?

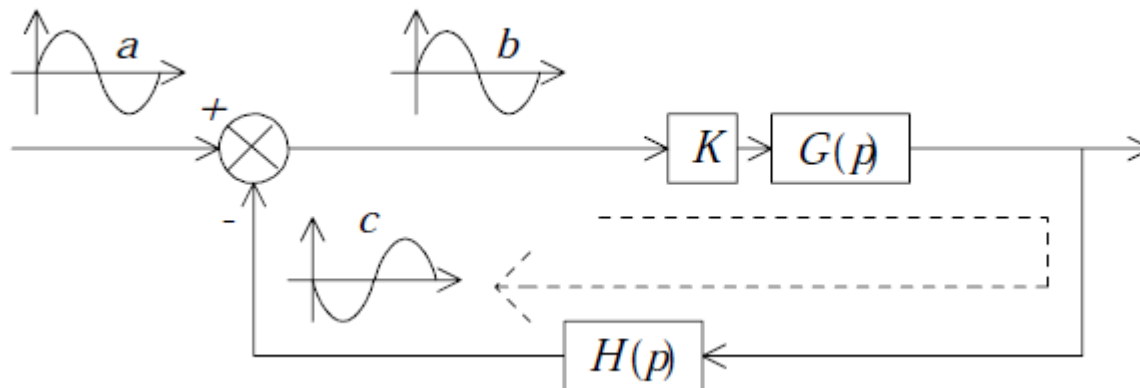
$$\begin{cases} |KG(j\omega)H(j\omega)| = 1 \\ \angle KG(j\omega)H(j\omega) = 180^\circ \end{cases}$$

- Gesloten-lus systeem heeft zuiver complex toegevoegde polen !
- Impulsresponsie tweede orde met polen = oscillatie (zie 2e orde)
- Oscillatie op de natuurlijke eigenfrequentie van het gesloten systeem:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

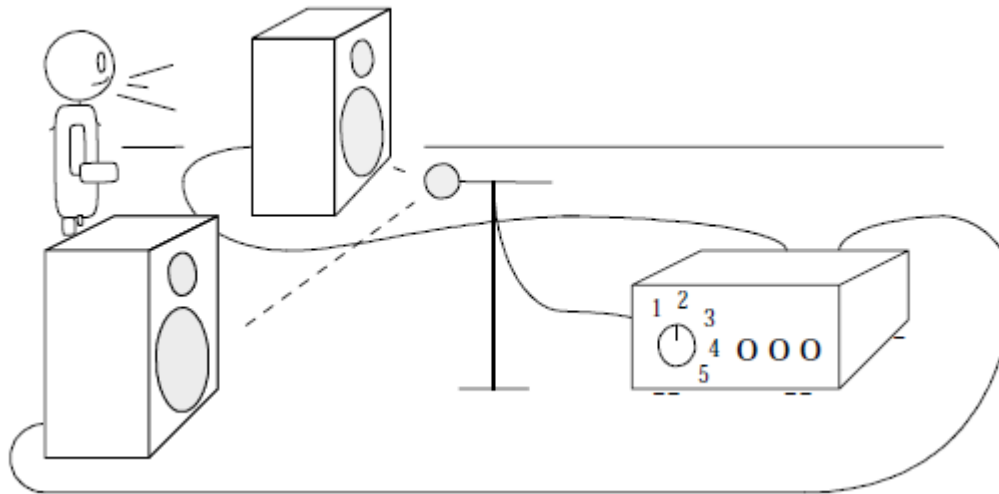
# Waarom is $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$ marginaal stabiel?

- Ingang (a,b): even sinus met frequentie die voldoet aan  $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- Uitgang (c): 180 graden verschoven sinus met  $KG(j\omega)H(j\omega) = 1$
- (a) is weg en (c) = -(a)-signaal
- Sinus onderhoudt zichzelf
- Gewenst of ongewenst



# Voorbeeld geluidssysteem

- Geluid via micro-versterker-luidspreker-micro- . . .
- Resultaat gefluit !!!
- Oplossing: kring onderbreken of versterking veranderen ?



T. van Waterschoot and M. Moonen, "Fifty years of acoustic feedback control: state of the art and future challenges", *Proc. IEEE*, vol. 99, no. 2, Feb. 2011, pp. 288-327. [\[link\]](#)

# Voor- en nadelen terugkoppeling

- Nadeel: stabiel systeem onstabiel maken
- Voordeel: polen verplaatsen, reactiesnelheid, nauwkeurigheid verhogen

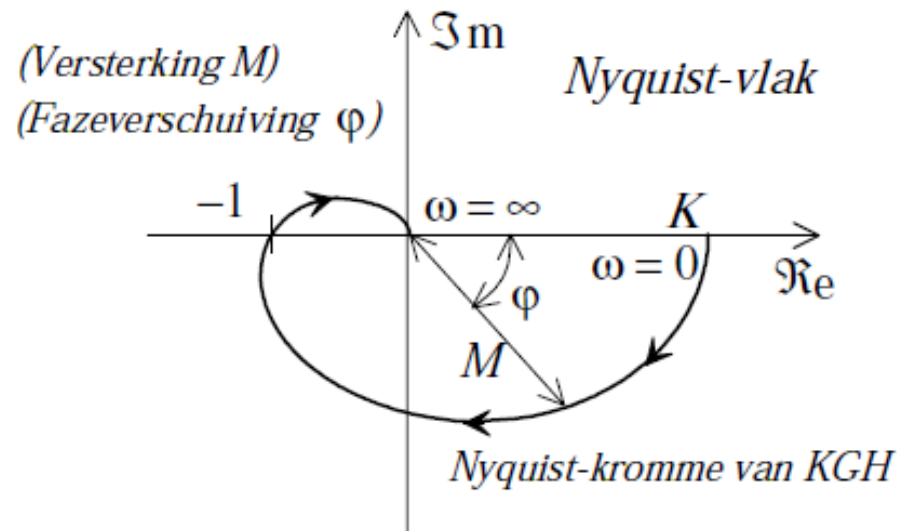


# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

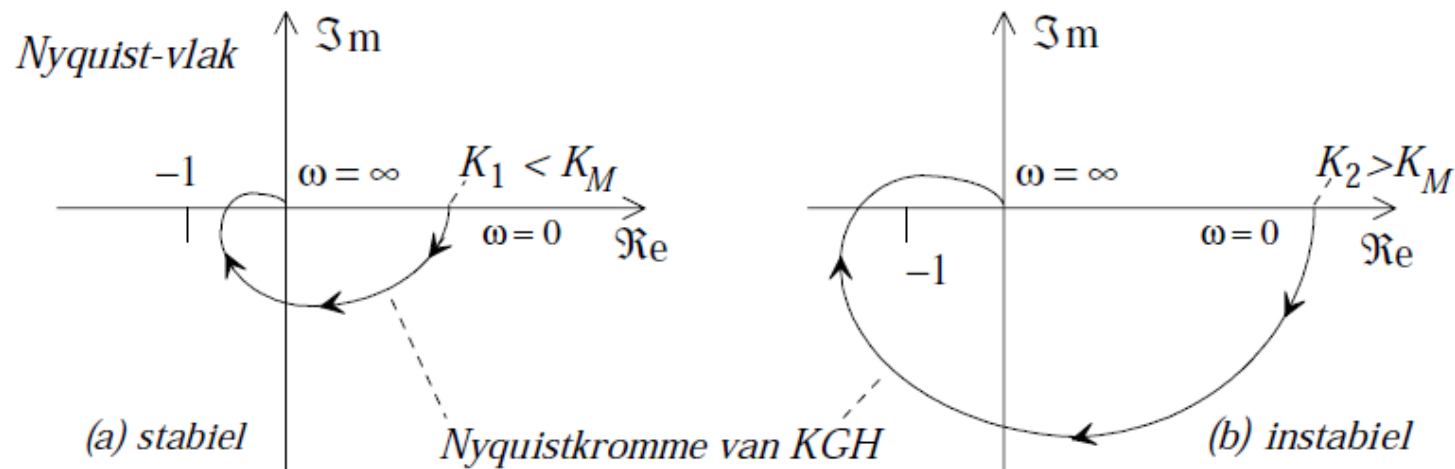
# Hoe graad van stabiliteit nagaan?

- Waarmee? Bode en Nyquist plot
- Hoe? kijken of  $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- In Nyquist nagaan voor verschillende  $K$  die  $>$  of  $<$   $K_m$
- $K_m$  = versterkingsfactor waarvoor regelsysteem **marginaal stabiel** is:



# Hoe graad van stabiliteit nagaan?

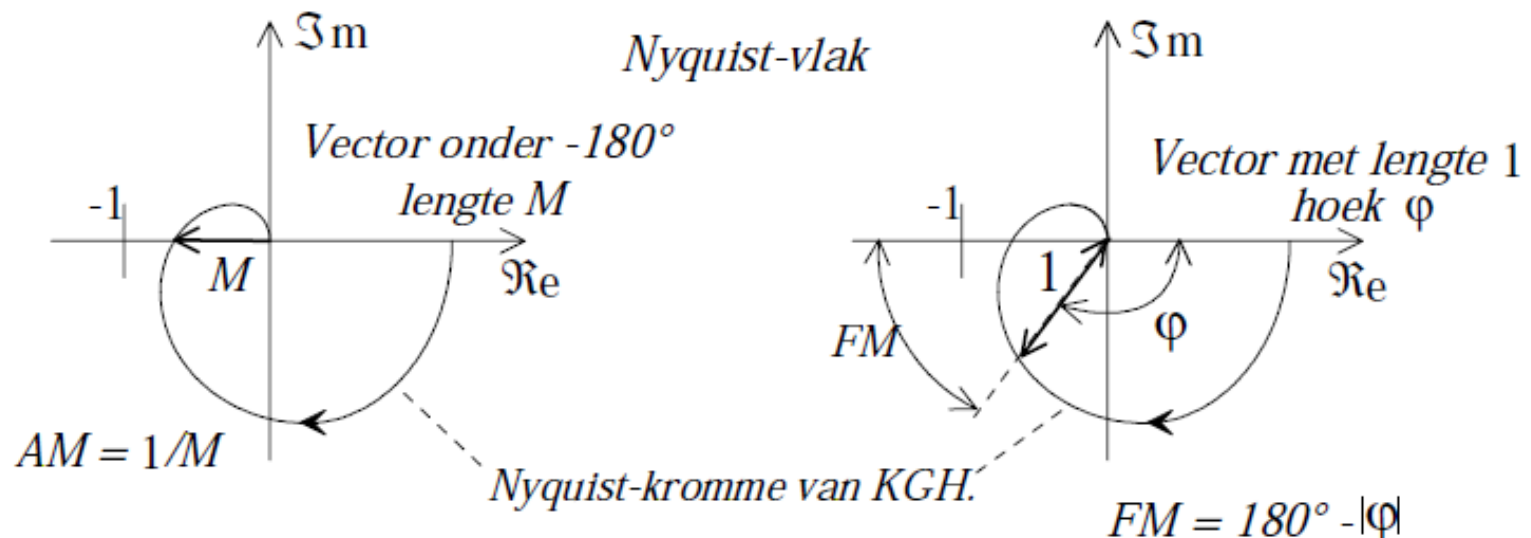
- Waarmee? Bode en Nyquist plot
- Hoe? kijken of  $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- In Nyquist nagaan voor verschillende die  $>$  of  $<$
- 3 gevallen mogelijk: **stabiel** (a), **marginaal stabiel** en **onstabiel** (b)



# Definiëren Amplitude- en fasemarge

De amplitudemarge ( $AM$ ) is de extra in te stellen (open-kring) versterking waardoor het gesloten systeem op de rand van de stabiliteit komt te liggen. De amplitudemarge is bijgevolg de factor waarmee we de vector met fase  $-180^\circ$  moeten vermenigvuldigen om lengte 1 te krijgen.

De fasemarge ( $FM$ ) is het verschil in graden tussen het punt  $-1$  en de vector met lengte 1. Het punt  $-1$  heeft natuurlijk een hoek van  $-180^\circ$ . De fasemarge geeft dus aan hoeveel de fase van  $KG(j\omega)H(j\omega)$  bij een modulus van 1 nog mag afnemen voordat de waarde  $-180^\circ$  bereikt wordt.

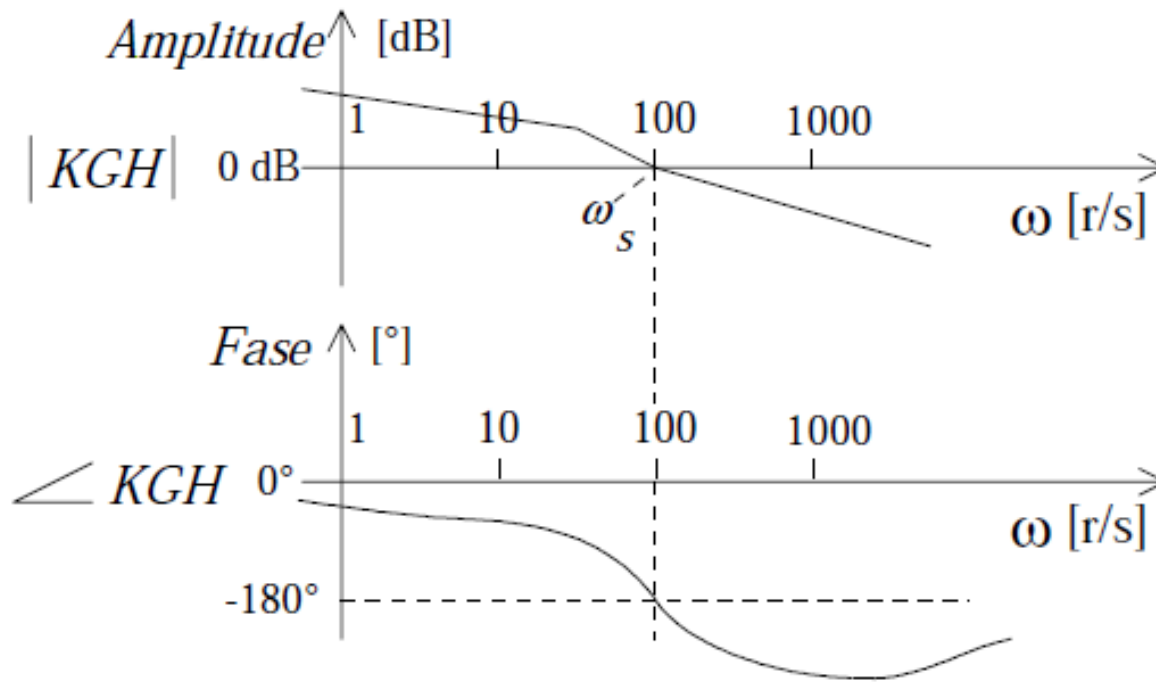


# Definities aanvulling

- Amplitudemarge = versterkingsmarge/winstmarge uitgedrukt in factor (dimensieloos) of dB
- Fasemarge = fasespeling
- Meest voorkomende eisen:
  - $1,8 < AM < 10$
  - $30^\circ < FM < 70^\circ$

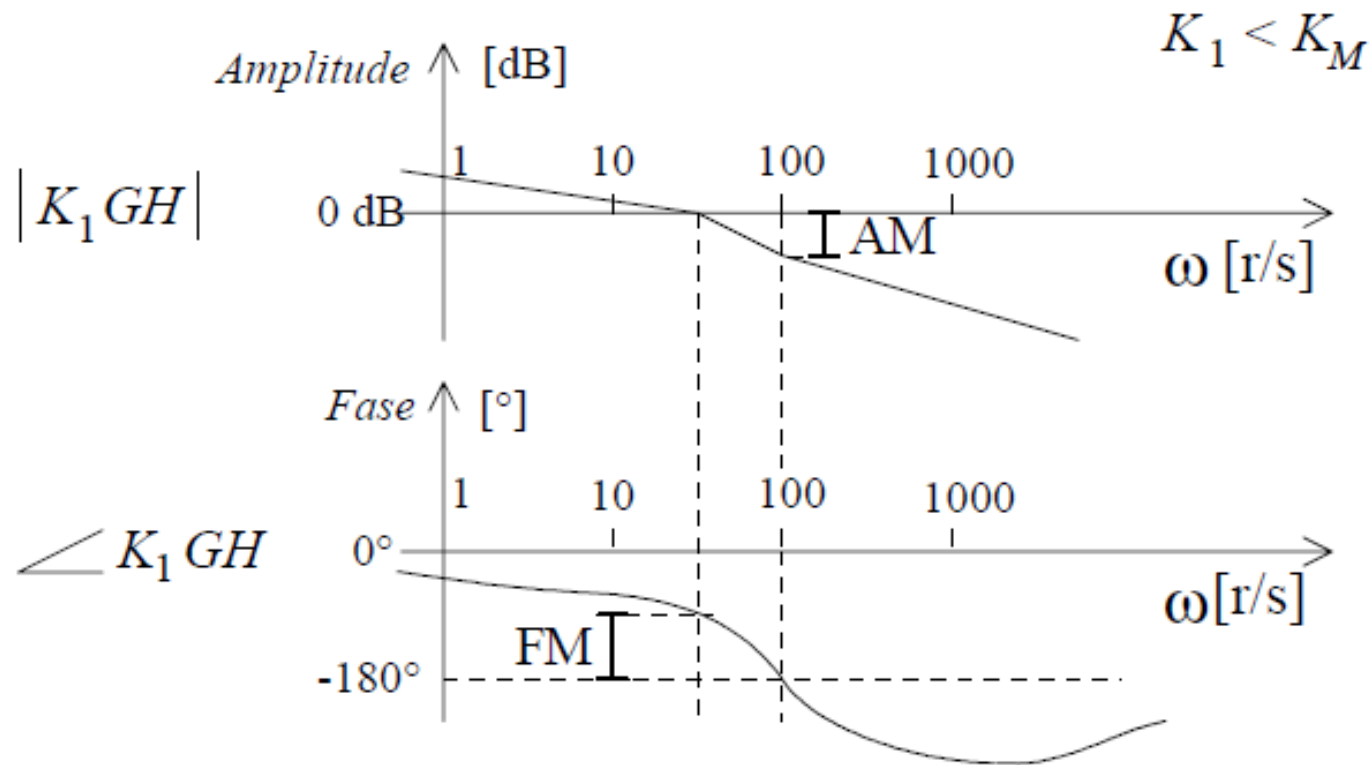
# AM en FM in Bode-diagram

- Bij snijpulsatie  $\omega_s$ , fasehoek  $180^\circ$  en versterking 1, marginaal stabiel voor gekozen versterkingsfactor  $K_m$



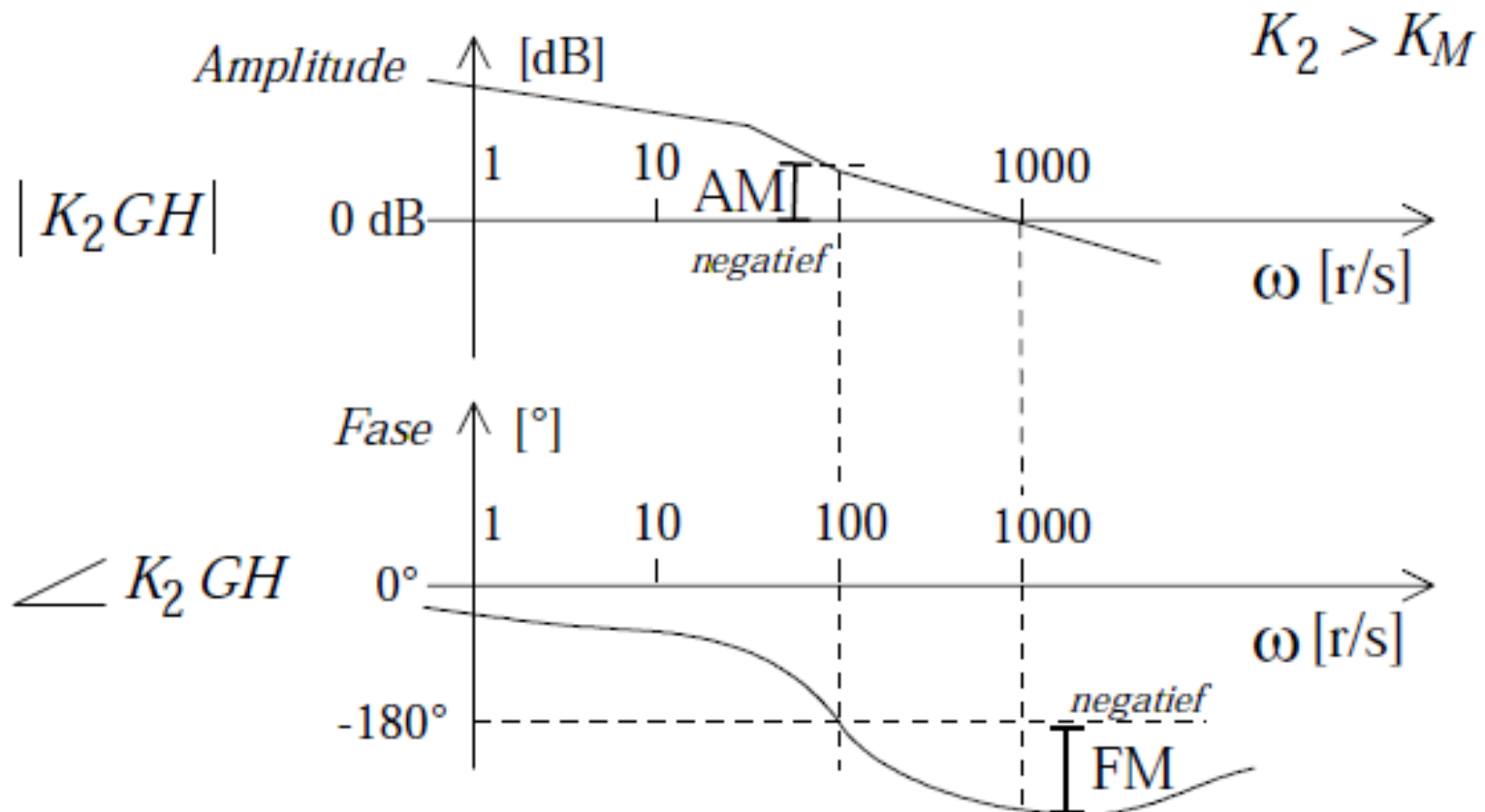
# AM en FM in Bode-diagram

- Waarden van  $K < K_m$  geeft stabiel systeem met  $AM > 0$  en  $FM > 0$



# Wat bij $K > K_m$ ? Onstabiel systeem

- Bij fasehoek 180 graden is versterking  $> 0$  dB (AM  $< 0$ )
- Bij 0 dB is fasehoek voorbij 180 graden (FM  $< 0$ )





# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Wat is de statische nauwkeurigheid?

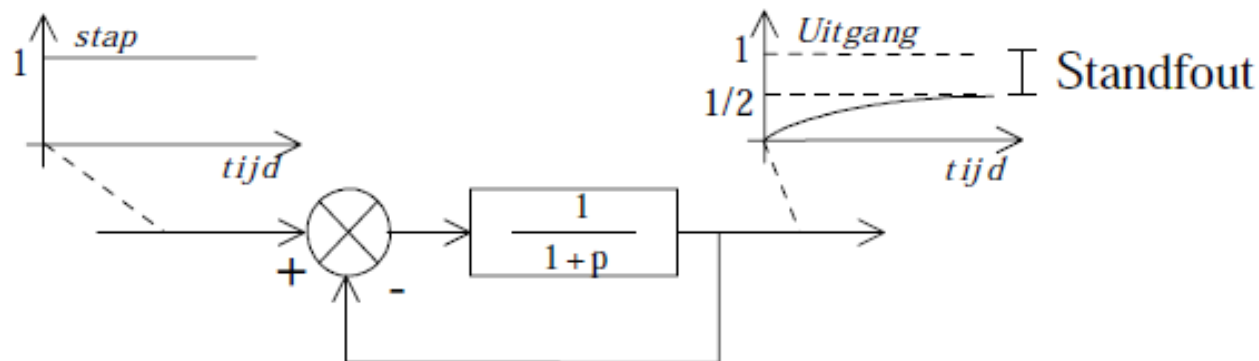
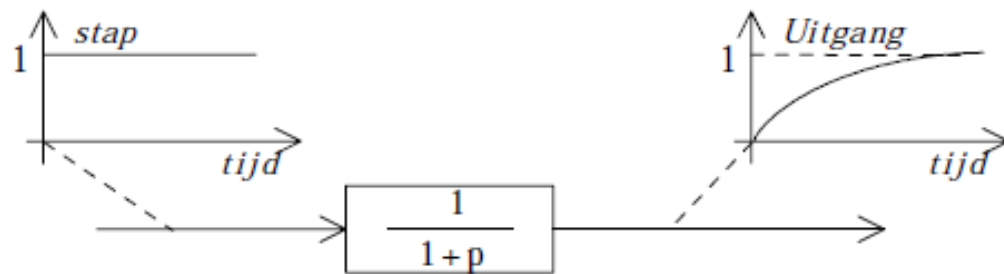
- Wordt bepaald door 3 factoren: standfout, volgfout en versnellingsfout
- Wat? Bereiken we gewenste instelling?
- Hoe bestuderen?
  - standfout = fout na stap,
  - volgfout = fout na ramp,
  - versnellingsfout = fout na parabool

# Standfout

De standfout ( $\epsilon_{ss}$ ) is het verschil tussen het aangelegde stap signaal met grootte 1 en de uiteindelijke waarde van het uitgangssignaal (ingang - uitgang).

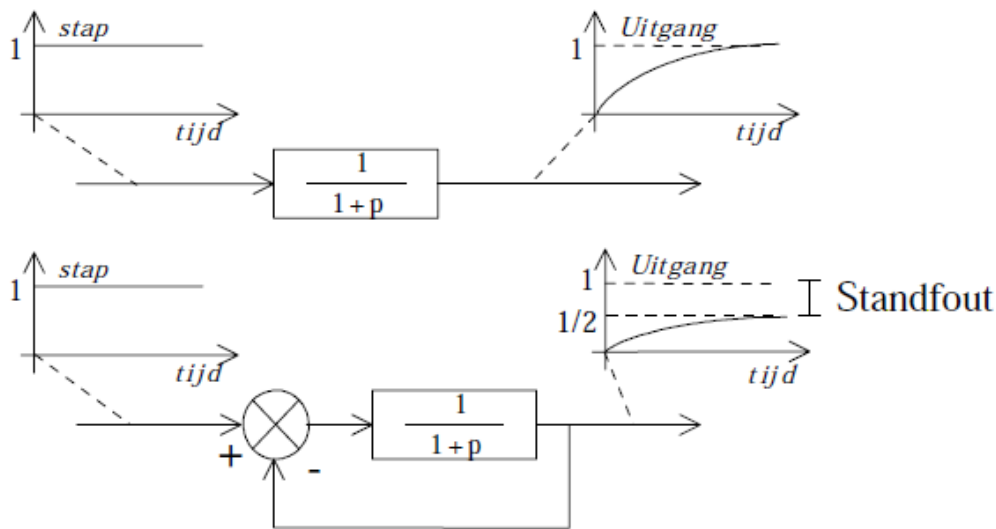
Indien de aangelegde stap in grootte niet gelijk is aan 1 dan is de standfout gelijk aan:

$$\epsilon_{ss} = \frac{\text{de grootte van de aangelegde stap} - \text{de uiteindelijke waarde van de uitgang}}{\text{de grootte van de aangelegde stap}}$$



# Hoe standfout bepalen voor voorbeeld?

- Voorbeeld:  $\frac{G(p)}{1 + G(p)} = \frac{\frac{1}{1+p}}{1 + \frac{1}{1+p}} = \frac{1}{2+p} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + \frac{p}{2}}$
- Verkleinde tijdsconstante 1/2 en versterking 1/2
- Evenwichtswaarde staprespons = geslotenlus TF bij  $p = 0$
- Standfout =  $1 - 0.5 = 0.5$
- Nadeel terugkoppeling = slechter volggedrag !!

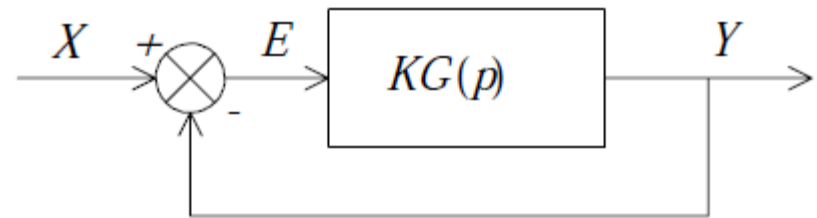


# Hoe standfout bepalen in het algemeen ?

- Het terugkoppelverschil  $E(p) = X(p) - Y(p)$
- De standfout is dit verschil  $E$  bij frequentie 0 Hz gedeeld door  $X(p)$  (stel  $H(p) = 1$ )

$$\frac{E(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + KG(p)}$$

$$\epsilon_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + KG(0)}$$

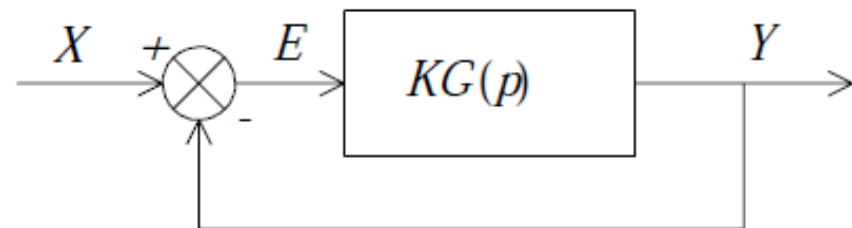


- $G(0)$  is statische versterking van het open systeem
- Hoe groter  $K$  of  $K_p = KG(0)$  hoe kleiner de standfout !!!

# Besluiten uit afleiding standfout

- Formule is  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \frac{1}{1 + KG(0)}$  (in %)
- Als  $G(0) \rightarrow \infty$  dan is  $\epsilon_{ss} = 0$
- Dit betekent dat  $G(p)$  een integrator moet zijn ( $1/p$ )
- Standfout = 0 als open systeem integrator bevat !!!
- Gesloten systeem  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \frac{KG(0)}{1 + KG(0)}$

met  $Y(p) = 1 - \epsilon_{ss} = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)}$



# Volgfout

- Bij ingangssignaal een ramp-functie krijgen we een volgfout
- Uit de Laplace formulelijst halen we :

$$\lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \frac{m}{p^2} \frac{1}{1 + KG(p)} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{m}{p + pKG(p)}$$

- Als  $G(p)$  geen integrator bevat is volgfout =  $\infty$
- Als  $G(p)$  integrerende functie bevat is volgfout eindig =  $\frac{m}{K_v}$

met snelheidsfoutconstante  $K_v = \lim_{p \rightarrow 0} pKG(p)$

- Als  $G(p)$  twee integrerende functies bevat is volgfout 0 !!!

# Versnellingsfout

- Bijingangssignaal een parabolische-functie krijgen we een versnellingsfout
- Uit de Laplace formulelijst halen we :

$$\lim_{p \rightarrow 0} pE(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \left( p \frac{a}{p^3} \frac{1}{1 + KG(p)} \right) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p^2 + p^2 KG(p)}$$

- Als  $G(p)$  geen of een integrator bevat is versnellingsfout =  $\infty$
- Als  $G(p)$  twee integrerende functies bevat is de versnellingsfout eindig =  $\frac{a}{K_a}$
- met versnellingsfoutconstante  $K_a = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 KG(p)$
- Als  $G(p)$  drie integrerende functies bevat is volgfout 0 !!!



# Overzicht van mogelijke fouten

<u>Statische fout</u> ↓ <i>Systeemtype</i> Ingang →	$\frac{E}{p}$ Stap	$\frac{m}{p^2}$ Ramp	$\frac{a}{p^3}$ Parabolisch
0	eindig = $\frac{1}{1+K_p}$	$\infty$	$\infty$
1	0	eindig = $\frac{1}{K_v}$	$\infty$
2	0	0	eindig = $\frac{1}{K_a}$

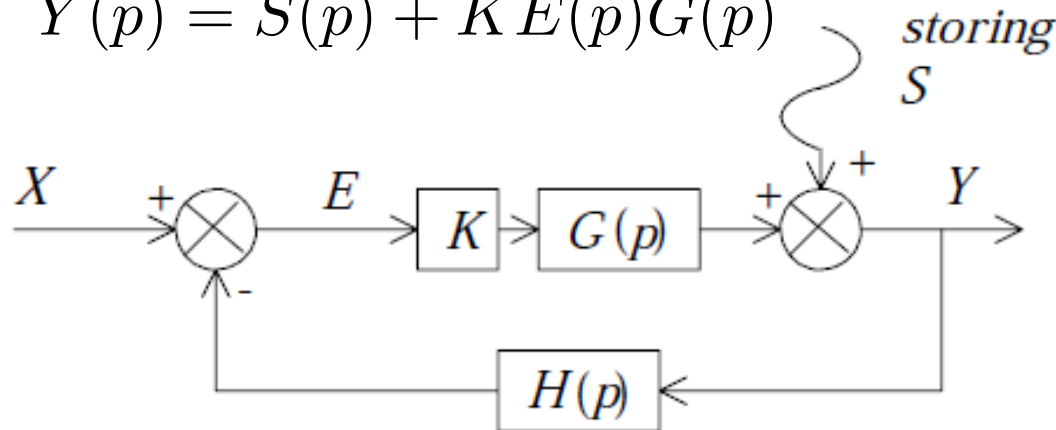
$$TF(p) = \frac{K(1 + \tau_a p)(1 + \tau_b p)(1 + \tau_c p) \cdots}{p^n (1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)(1 + \tau_3 p) \cdots}$$

# Les 5: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Wat is ruisonderdrukking ?

- Wat? willekeurige fouten ten gevolge van ruis/ stoorsignalen onderdrukken
- Hoe? regelkring
- Soorten fouten: statisch vs. dynamisch
- Hoe analyseren: extra foutingang  $S$
- Stuursignaal:  $E(p) = X(p) - H(p)Y(p)$
- Uitgang:  $Y(p) = S(p) + K E(p)G(p)$

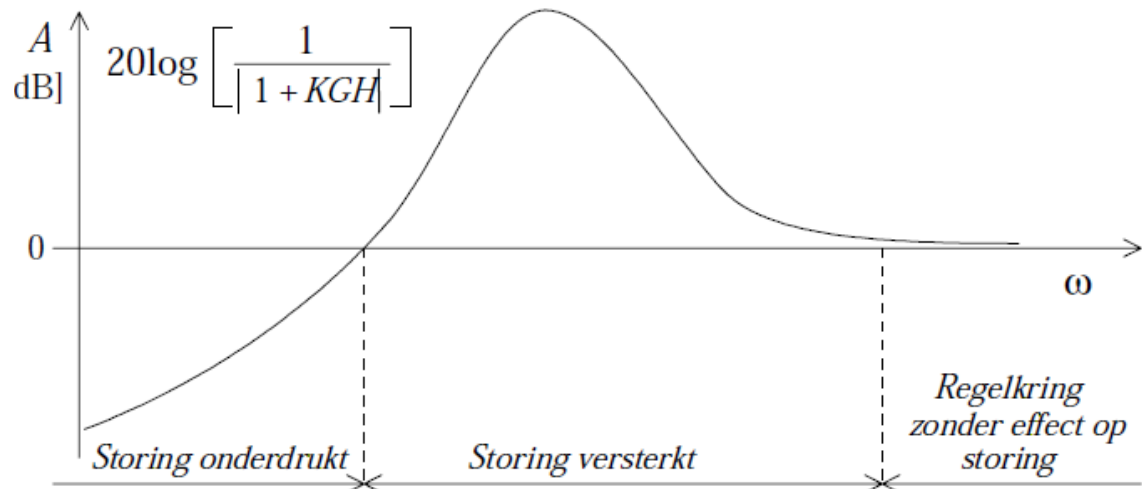
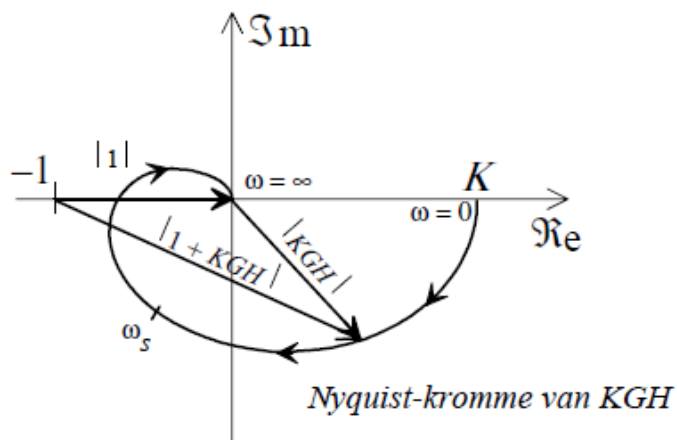


# Analyseer de fout op de uitgang

- De ontbinding geeft:

$$Y(p) = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)H(p)} X(p) + \frac{1}{1 + KG(p)H(p)} S(p)$$

- De foutcomponent is  $F(p) = \frac{1}{1 + KG(p)H(p)} S(p)$
- Fout is niet gelijk aan storing
- Fout is afhankelijk van  $1 + KG(p)H(p)$
- Statische fout bij  $p=0$ ,  $K$  groot zorgt voor onderdrukking, . . .



# Les 5: De regelkring

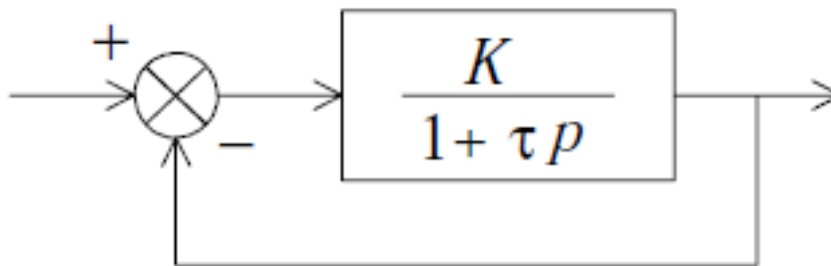
- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Snelheid van de regellus

- Wat? De reactiesnelheid van een systeem verhogen door tijdsconstante te verkleinen of door  $\tau$  te vergroten
- Hoe? terugkoppeling

$$\text{TF}_{1eorde} = \frac{\frac{K}{1+\tau p}}{1 + \frac{K}{1+\tau p}} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1 + \frac{\tau p}{K+1}}$$

- Tijdsconstante wordt kleiner als  $K$  verhoogt!



# Verband tussen snijpulsatie en snelheid

