KU LEUVEN


# Meet- en Regeltechniek

## Les 4: De regelkring

Prof. dr. ir. Toon van Waterschoot

Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen
**ESAT** – Departement Elektrotechniek
KU Leuven, Belgium

# Meet- en Regeltechniek: Vakinhoud

- **Deel 1: Systeemtheorie**
  - Les 1: Inleiding en modelvorming
  - Les 2: Systemen van eerste orde
  - Les 3: Systemen van tweede & hogere orde en met dode tijd
- **Deel 2: Analoge regeltechniek**
  - Les 4: De regelkring
  - Les 5: Het wortellijnendiagram
  - Les 6: Oefeningen wortellijnendiagram
  - Les 7: De klassieke regelaars
  - Les 8: Regelaarontwerp + oefeningen
  - Les 9: Systeemidentificatie en regelaarsinstelling
  - Les 10: Speciale regelstructuren
  - Les 11: Niet-lineaire regeltechniek & aan-uit regelaars
- **Deel 3: Digitale regeltechniek**
  - Les 12: Het discreet systeemgedrag & het discreet equivalent
  - Les 13: De discrete regelkring & de toestandsregelaar

KU LEUVEN

# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

KU LEUVEN

# Inleiding

- **Systeemtheorie**
  - beschrijft gedrag van systeem (of model van systeem)
  - vertrekpunt voor regelen van systeem
  - vergelijking tussen geregeld en ongeregeld systeem

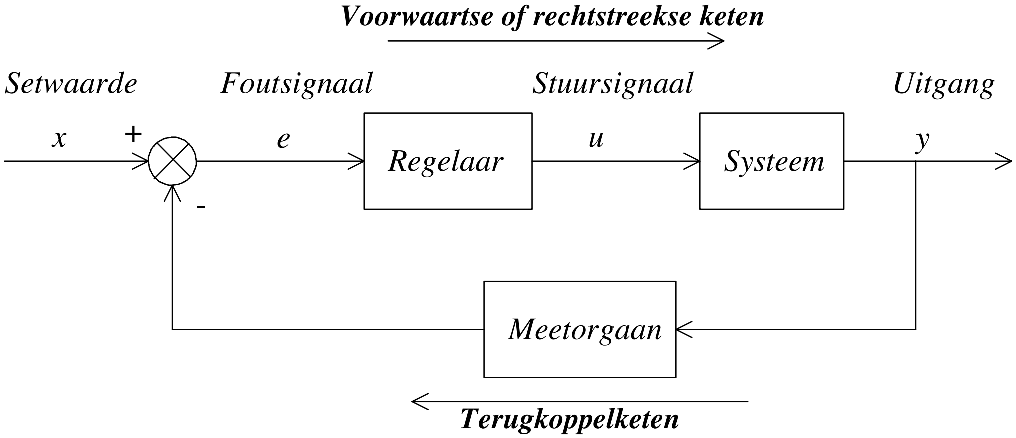
- **Regelkring**
  - kern van regeltechniek!
  - gedrag wordt eveneens beschreven m.b.v. systeemtheorie

# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Terugkoppeling (1)

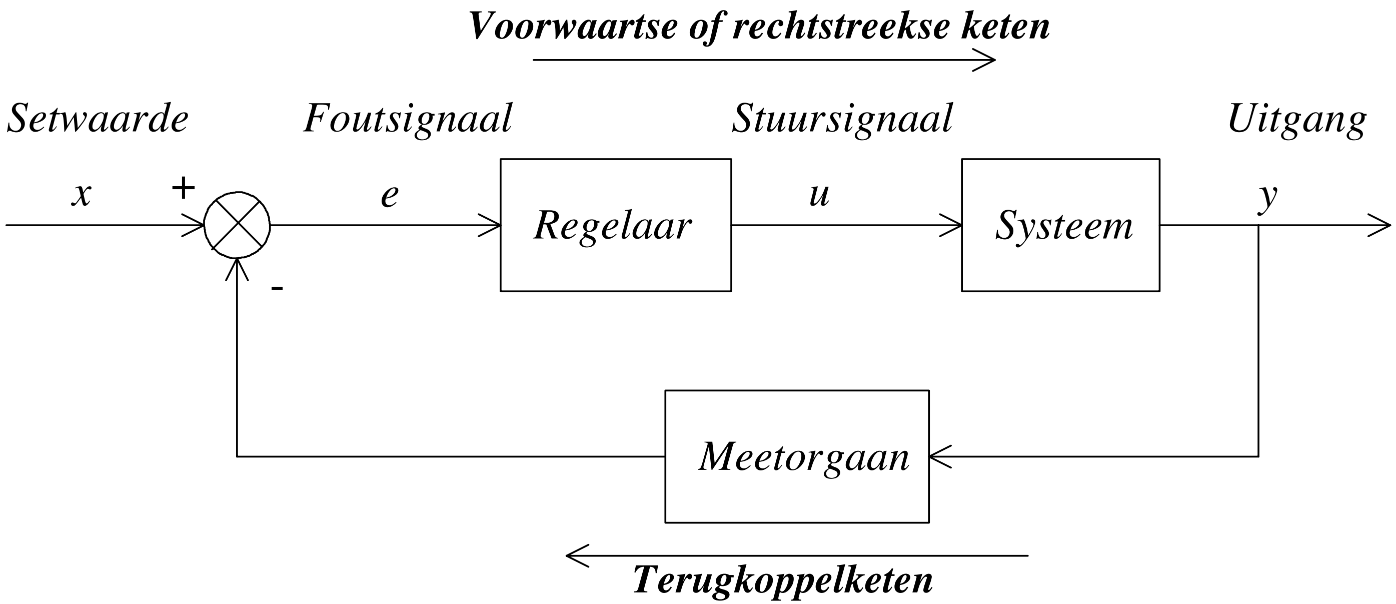
- **Procedure van terugkoppeling**
  - Meet uitgangssignaal *y* van systeem
  - Stel ideaal/gewenst uitgangssignaal *x* voorop (evt. via model)
  - Zorg ervoor dat verschil $e = x - y$ tussen gewenst en gemeten uitgangssignaal 0 wordt
- **Doel van terugkoppeling**
  - Automatiseer deze procedure




KU LEUVEN

# Terugkoppeling (2)

- **Intelligentie van terugkoppeling**
  - Bepaal uit foutsignaal *e* gepast ingangssignaal *u* voor systeem (stuursignaal)
  - Hierdoor verandert uitgangssignaal *y* en foutsignaal *e*, wat weer nieuw stuursignaal *u* oplevert, …




KU LEUVEN

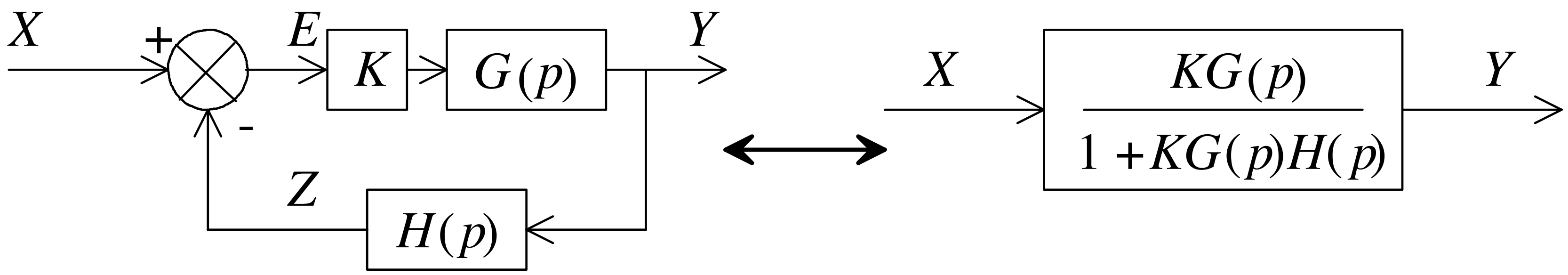
# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Standaardregelkring

- **Transfertfuncties standaardregelkring**
  - TF regelaar + systeem (uitgez. versterking) = $G(p)$
  - TF terugkoppelketen (meetorgaan) = $H(p)$
  - TF openlussysteem = openlus TF = $G(p)H(p)$
  - TF geslotenlussysteem = geslotenlus TF =

$$\boxed{\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)H(p)}}$$

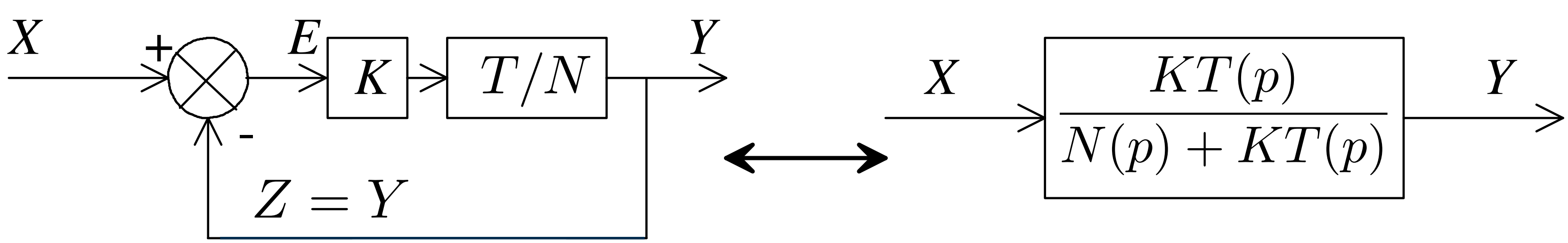


# Standaardregelkring

- **TF regelkring met eenheidsterugkoppeling**
  - eenheidsterugkoppeling: $H(p) = 1$
  - als TF regelaar + systeem wordt voorgesteld als $G(p) = \dfrac{T(p)}{N(p)}$

    dan wordt geslotenlus TF

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{KT(p)}{N(p) + KT(p)}$$



# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Eigenschappen

- **Waarom eigenschappen bestuderen ?**
  - Door terugkoppeling is TF veranderd

$$KG(p) \rightarrow \frac{KG(p)}{1 + KG(p)H(p)}$$

- **Welke eigenschappen bestuderen = criteria regelaar?**
  - stabiliteit
  - snelheid
  - nauwkeurigheid: statische (standfout) en dynamisch (ruisonderdrukking)

# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Absolute stabiliteit (1)

- **Definitie absolute stabiliteit:**

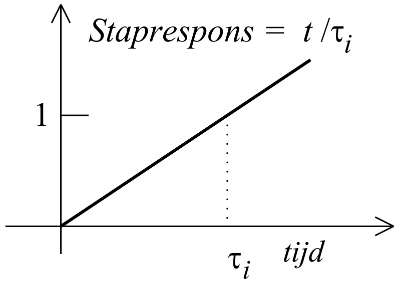
*Een systeem is (absoluut) <u>stabiel</u> indien dit systeem bij het aanleggen van een bepaald (vast) signaal (een stap of een impuls) convergeert naar een bepaalde (eindige) waarde toe. Indien het daarentegen naar oneindig divergeert, dan is het systeem instabiel. (In feite gaat het hier om het overgangsverschijnsel dat al dan niet uitsterft.)*

- **Invloed polen op systeemgedrag:**
  - uit systeemtheorie weten we dat polen het gedrag bepalen
  - reëele pool *a* geeft reactie $e^{at}$
  - complexe pool *a* + *jb* geeft reactie $e^{at}\sin(bt)$

# Absolute stabiliteit (2)

- **Drie mogelijke gevallen:**
  - $a > 0$ betekent onstabiel/divergerend systeem
  - $a = 0$ betekent op de rand van stabiliteit, marginaal stabiel
    - bij een reële pool komt dit overeen met gedrag zuivere integrator:
      - stapresponses wordt oneindig groot

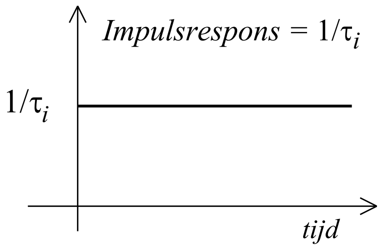
$$Y(p) \sim \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{p} = \frac{1}{p^2}$$



(Ingang = stap met grootte 1)

      - impulsrespons convergeert naar constante waarde

$$Y(p) \sim \frac{1}{p} \cdot 1 = \frac{1}{p}$$



(Ingang = Impuls met oppervlakte 1)

    - bij zuiver complex toegevoegde polen wordt impulsresponsie: $\sin(bt)$
  - $a < 0$ geeft absoluut stabiel systeem, hoe negatiever hoe sneller !!

KU LEUVEN

# Absolute stabiliteit (3)

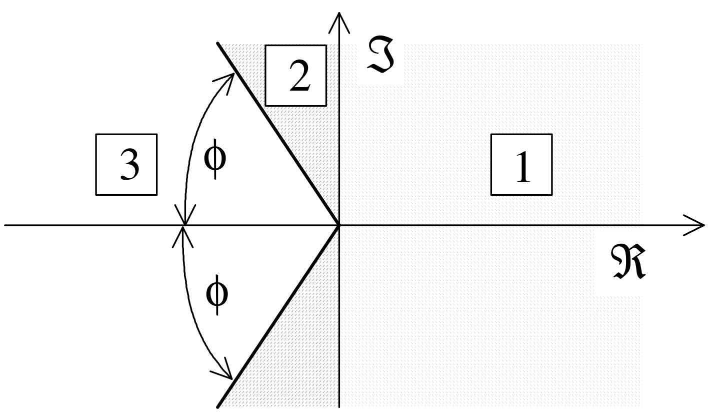
- **Absolute stabiliteit regelsysteem**
  - Noemer van TF is veranderd door terugkoppeling !!
  - Nieuwe karakteristieke vergelijking van geslotenlussysteem:

$$\boxed{1 + KG(p)H(p) = 0}$$

  - Wortels karakteristieke vergelijking = polen geslotenlussysteem en bepalen stabiliteit regelkring!
  - Polen kunnen verplaatst worden door keuze van $K, H(p)$

# Relatieve stabiliteit

- **Relatieve stabiliteit**
  - Andere definitie van stabiliteit
  - Absoluut stabiel + overgangsverschijnselen verdwijnen snel genoeg (*a* klein genoeg) of er is genoeg demping (hoek klein genoeg)
  - Ligging complexe pool: negatief reeël deel en ver genoeg van de imaginaire as




*1 : Absoluut instabiel*

*2 : Relatief instabiel (Absoluut stabiel)*

*3 : Absoluut en relatief stabiel*

$\phi = 50° - 60°$

KU LEUVEN

# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

KU LEUVEN

# Stabiliteit in frequentiedomein

- I.p.v de polen te bekijken, nu de versterking voor de frequenties van het ingangssignaal
  - ingang met frequentie *f* en amplitude *A* geeft aan uitgang ?
  - uitgang met frequentie *f*, amplitude *A'* en faseverschuiving
  - hoe deze verandering bepalen ?
    - stel $p = j\omega$ met $\omega$ de pulsatie:

$$\mathrm{TF} = \frac{KG(j\omega)}{1 + KG(j\omega)H(j\omega)}$$

    - de karakteristieke vergelijking is:

$$1 + KG(j\omega)H(j\omega) = 0$$

# Nulpunten karakteristieke vergelijking

- Wanneer is TF = $\infty$ ?

$$1 + KG(j\omega)H(j\omega) = 0 \quad \text{of} \quad KG(j\omega)H(j\omega) = -1$$

- Dit geeft als voorwaarden:

$$\begin{cases} |KG(j\omega)H(j\omega)| = 1 \\ \angle KG(j\omega)H(j\omega) = 180^\circ \end{cases}$$

*Indien de versterking voor een bepaalde pulsatie oneindig groot wordt, dan bevindt het systeem zich op de rand van de stabiliteit. Het is dan marginaal stabiel. In dit geval zal het overgangsverschijnsel niet meer 'overgaan', maar blijft zichzelf versterken en onderhouden.*

# Verband met systeemtheorie

- Wanneer gelden deze voorwaarden ?

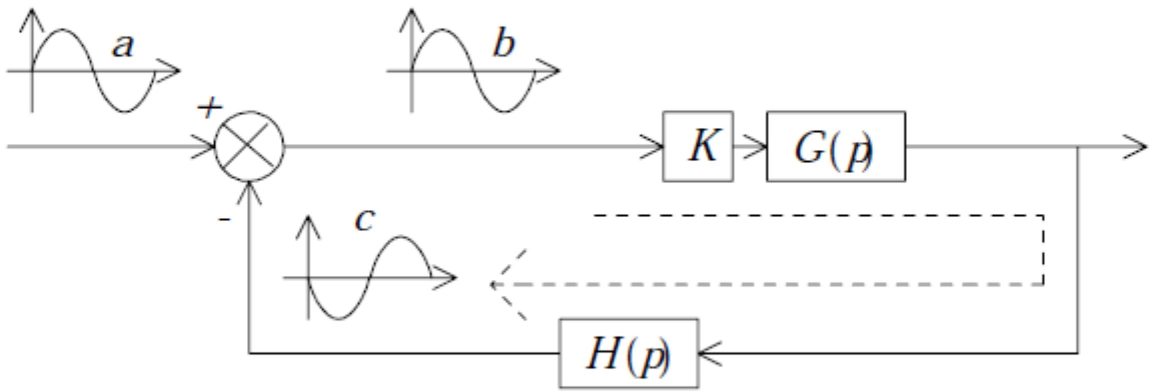
$$\begin{cases} |KG(j\omega)H(j\omega)| = 1 \\ \angle KG(j\omega)H(j\omega) = 180^\circ \end{cases}$$

  - Geslotenlussysteem heeft zuiver complex toegevoegde polen
  - Impulsresponsie tweede orde systeem met zuiver complex toegevoegde polen = oscillatie (ongedempt systeem)
  - Oscillatie op de natuurlijke eigenfrequentie van het gesloten systeem:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

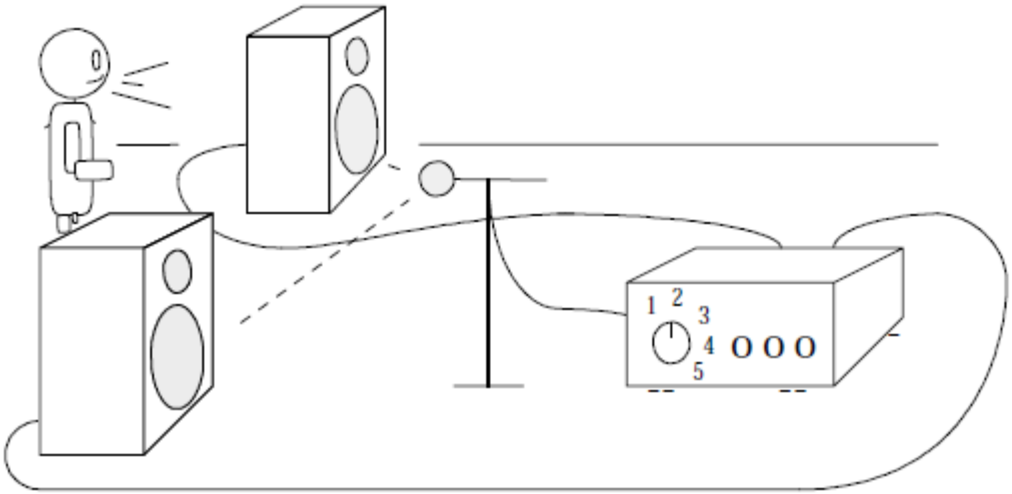
# Waarom is $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$ marginaal stabiel?

- Ingang (a,b): sinus met frequentie $\omega$ die voldoet aan
  $$KG(j\omega)H(j\omega) = -1$$
- Uitgang (c): 180 graden verschoven sinus met
  $$|KG(j\omega)H(j\omega)| = 1$$
- (a) is weg en (c) = −(a)−signaal
- Sinus onderhoudt zichzelf
- Gewenst of ongewenst



# Voorbeeld geluidssysteem

- Geluid via micro-versterker-luidspreker-micro-. . .
- Resultaat gefluit !!!
- Oplossing: kring onderbreken of versterking veranderen ?




T. van Waterschoot and M. Moonen, "Fifty years of acoustic feedback control: state of the art and future challenges", *Proc. IEEE*, vol. 99, no. 2, Feb. 2011, pp. 288-327. [link]

# Voor- en nadelen terugkoppeling

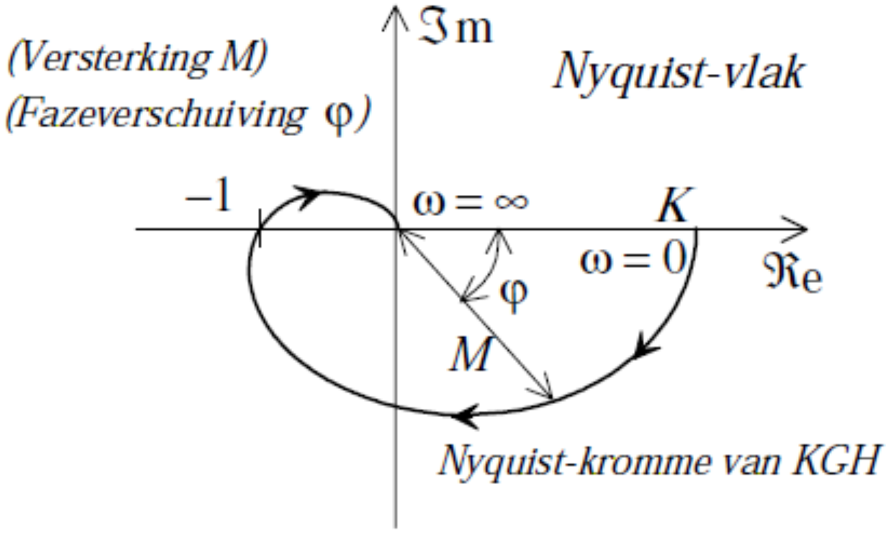
- Nadeel: stabiel systeem onstabiel maken
- Voordeel: polen verplaatsen, reactiesnelheid, nauwkeurigheid verhogen

# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

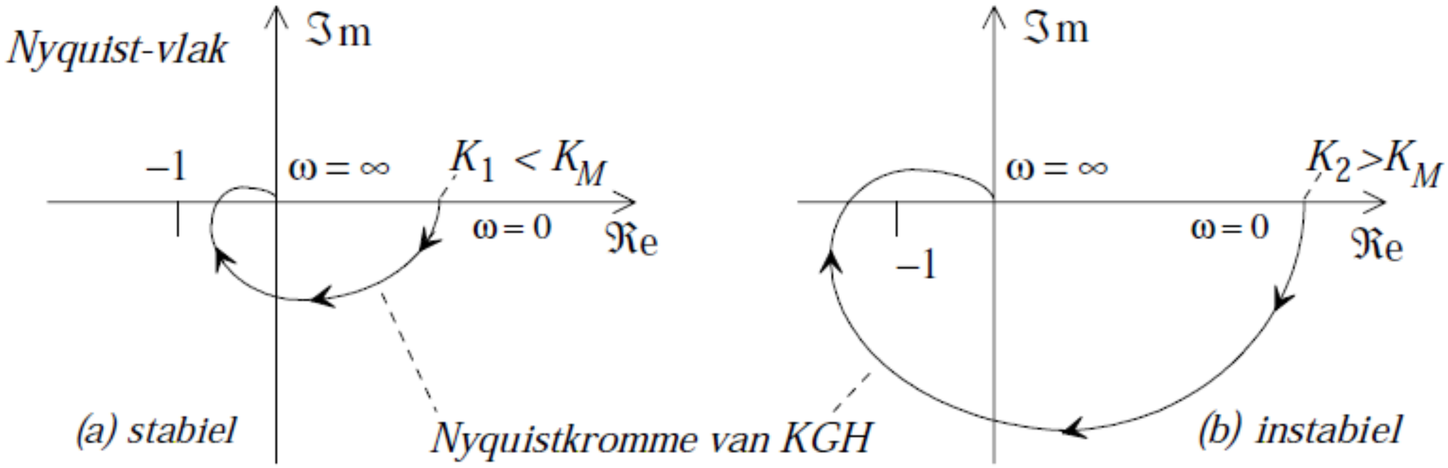
# Hoe graad van stabiliteit nagaan?

- Waarmee? Bode- en Nyquistdiagram van openlussysteem
- Hoe? kijken of $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- In Nyquistdiagram nagaan of punt -1 al dan niet omcirkeld wordt voor verschillende *K* die > of < $K_M$
- $K_M$ = versterkingsfactor waarvoor regelsysteem marginaal stabiel is:



# Hoe graad van stabiliteit nagaan?

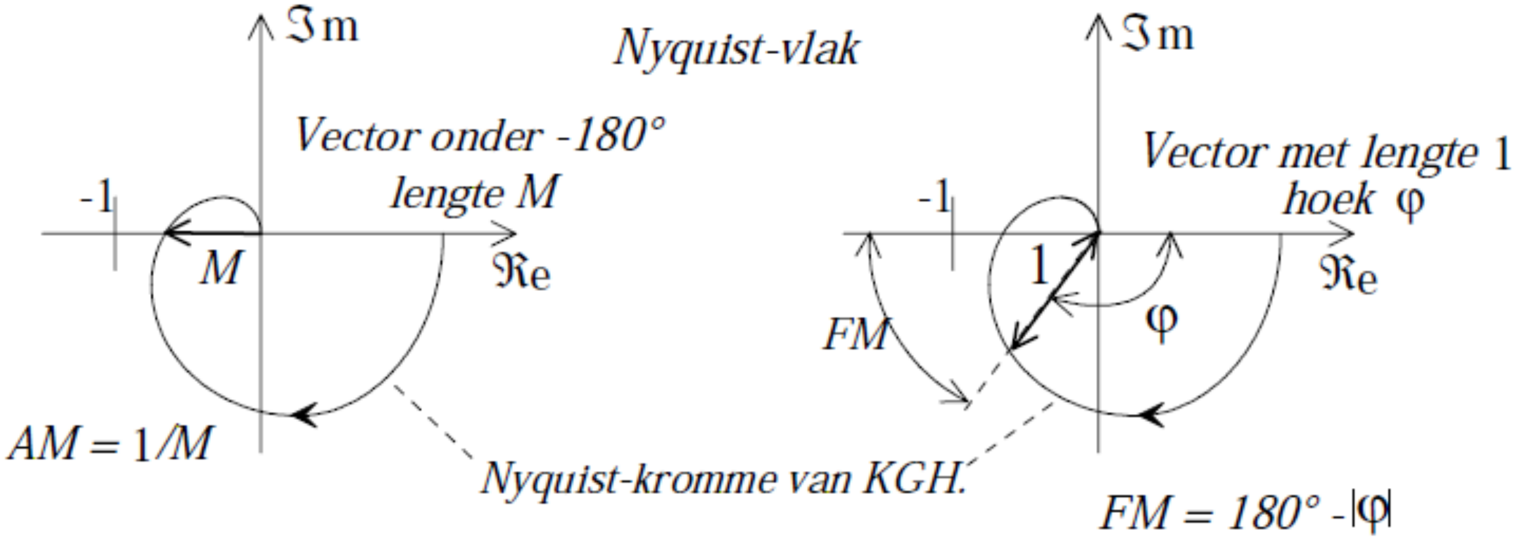
- Waarmee? Bode- en Nyquistdiagram van openlussysteem
- Hoe? kijken of $KG(j\omega)H(j\omega) = -1$
- In Nyquistdiagram nagaan of punt -1 al dan niet omcirkeld wordt voor verschillende *K* die > of < $K_M$
- 3 gevallen mogelijk: stabiel (a), marginaal stabiel en instabiel (b)



# Definiëren Amplitude- en fasemarge

*De <u>amplitudemarge</u> (AM) is de extra in te stellen (open-kring) versterking waardoor het gesloten systeem op de rand van de stabiliteit komt te liggen. De amplitudemarge is bijgevolg de factor waarmee we de vector met fase -180° moeten vermenigvuldigen om lengte 1 te krijgen.*

*De <u>fasemarge</u> (FM) is het verschil in graden tussen het punt -1 en de vector met lengte 1. Het punt -1 heeft natuurlijk een hoek van -180°. De fasemarge geeft dus aan hoeveel de fase van $KG(j\omega)H(j\omega)$ bij een modulus van 1 nog mag afnemen voordat de waarde -180° bereikt wordt.*

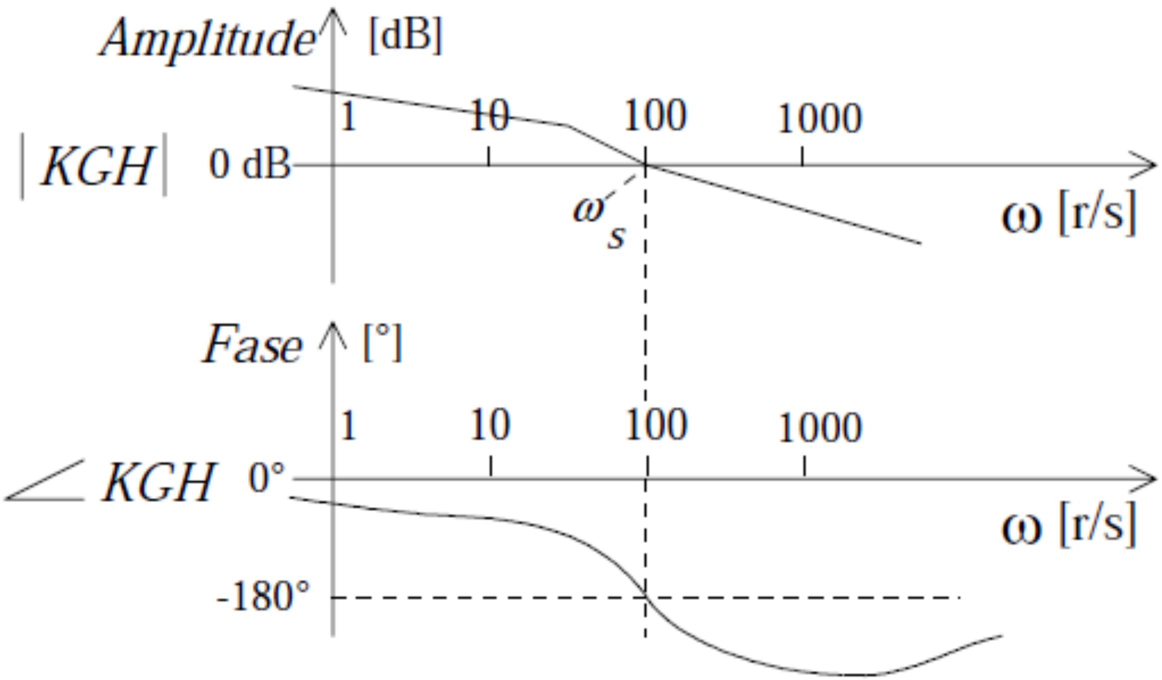


# Definities aanvulling

- Amplitudemarge = versterkingsmarge/winstmarge uitgedrukt in factor (dimensieloos) of dB
- Fasemarge = fasespeling
- Meest voorkomende eisen:
  - $1{,}8 < AM < 10$
  - $30° < FM < 70°$

# AM en FM in Bode-diagram

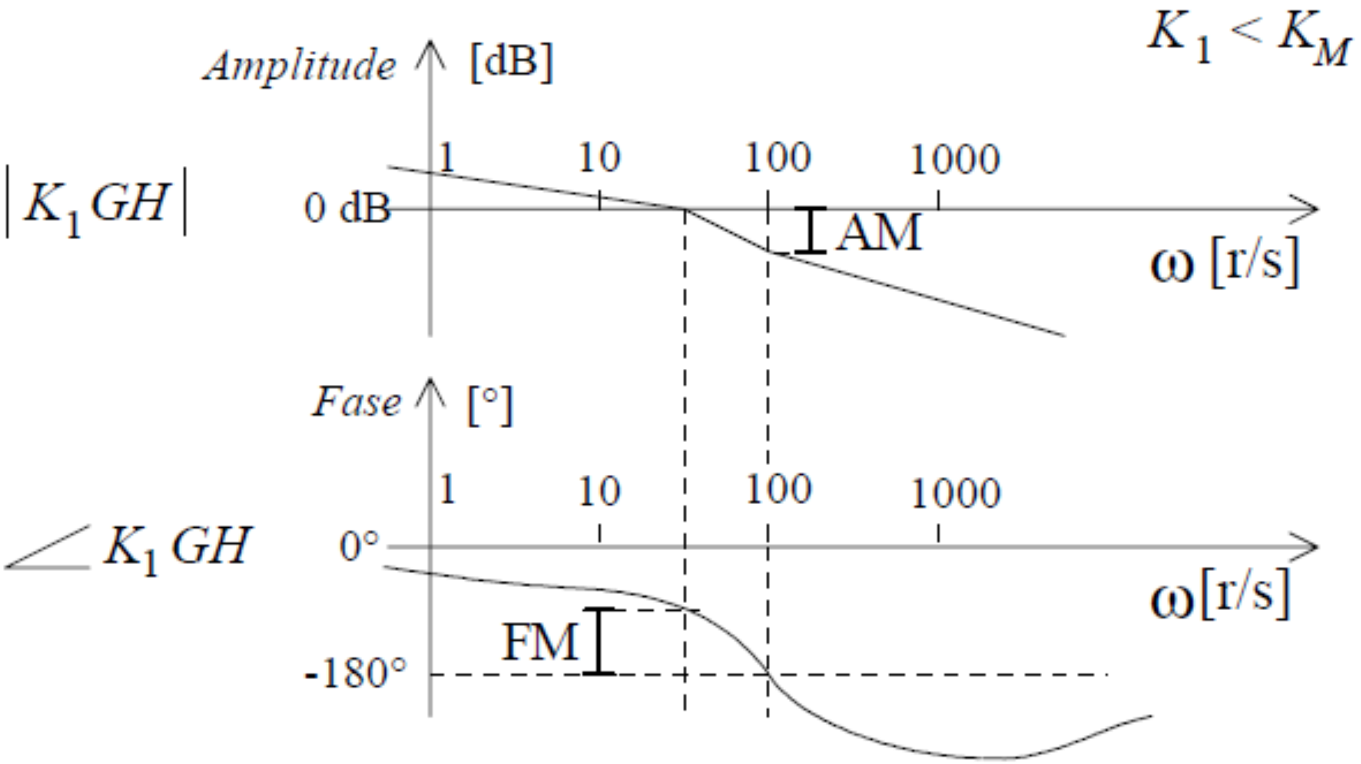
- Bij snijpulsatie $\omega_s$ , fasehoek (-)180° en versterking 1, marginaal stabiel voor gekozen versterkingsfactor $K_M$




KU LEUVEN

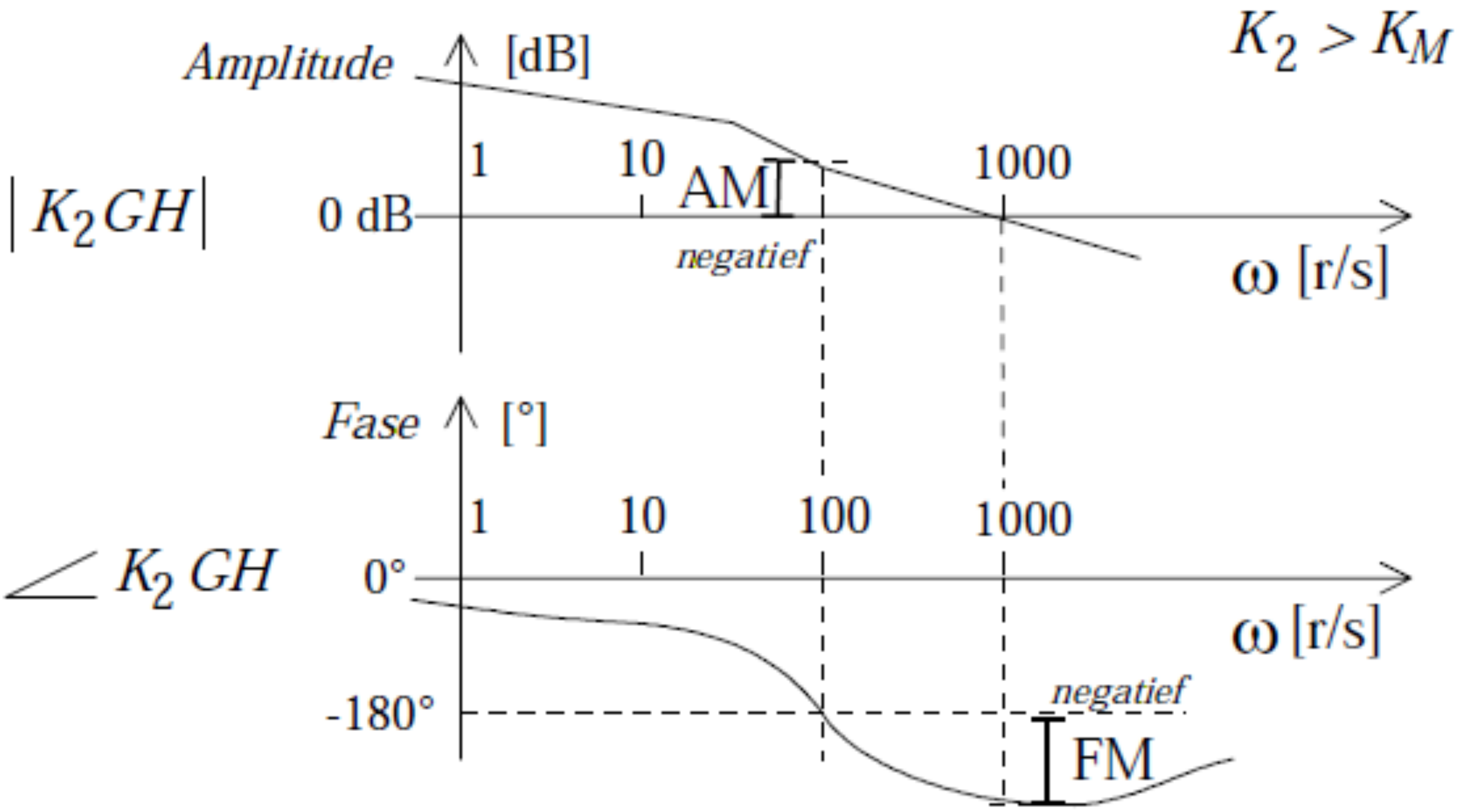
# AM en FM in Bode-diagram

- Waarden van K < $K_M$ geeft stabiel systeem met AM > 0 en FM > 0



# Wat bij $K >$ $K_M$? Onstabiel systeem

- Bij fasehoek -180 graden is versterking > 0 dB (AM < 0)
- Bij 0 dB is fasehoek voorbij -180 graden (FM < 0)



# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

KU LEUVEN

# Wat is de statische nauwkeurigheid?

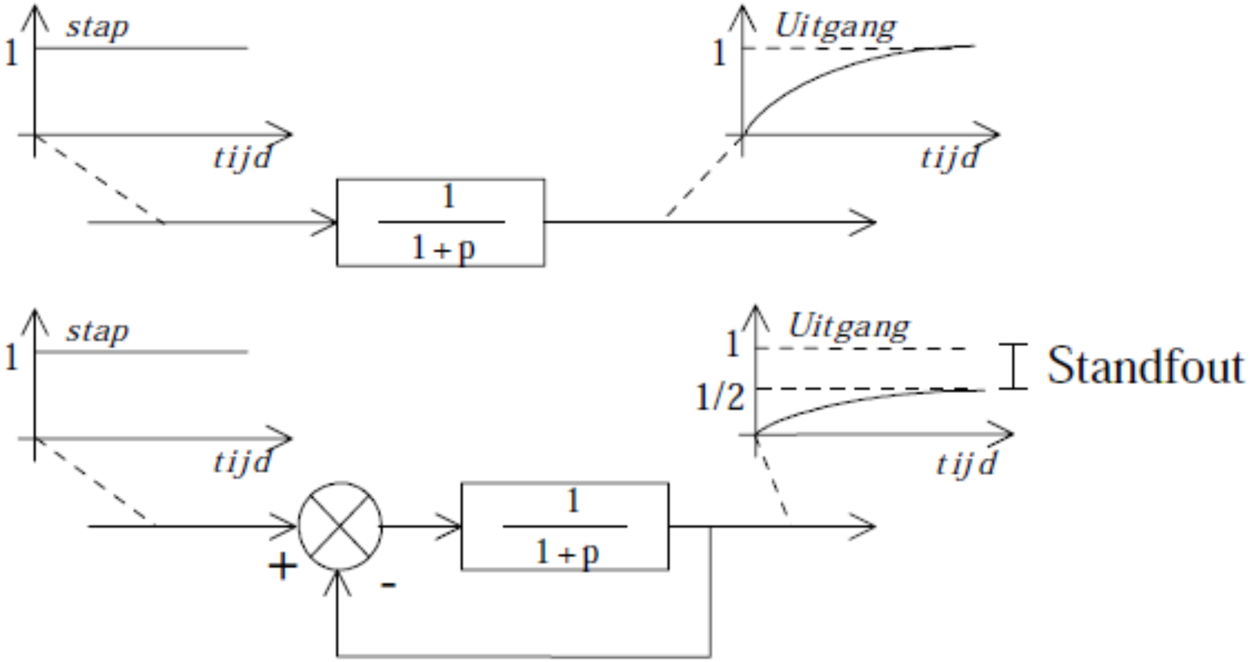
- Wordt bepaald door 3 factoren: standfout, volgfout en versnellingsfout
- Wat? Bereiken we gewenste instelling?
- Hoe bestuderen?
  - standfout = fout na stap,
  - volgfout = fout na ramp,
  - versnellingsfout = fout na parabool

# Standfout

***De <u>standfout</u> ( $\varepsilon_{ss}$ ) is het verschil tussen het aangelegde stapsignaal met grootte 1 en de uiteindelijke waarde van het uitgangssignaal (ingang - uitgang).***

Indien de aangelegde stap in grootte niet gelijk is aan 1 dan is de <u>standfout</u> gelijk aan:

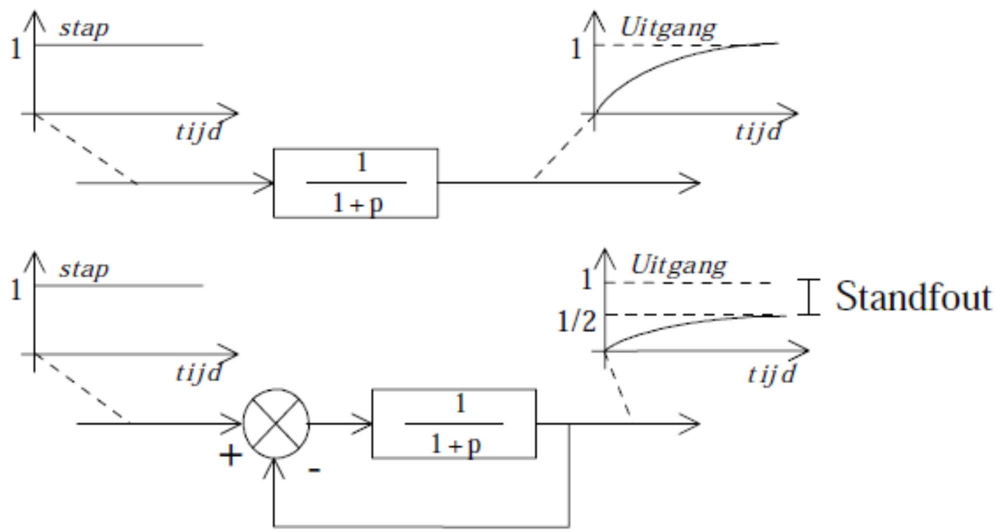
$$\varepsilon_{ss} = \frac{\text{de grootte van de aangelegde stap - de uiteindelijke waarde van de uitgang}}{\text{de grootte van de aangelegde stap}}$$




KU LEUVEN

# Hoe standfout bepalen voor voorbeeld?

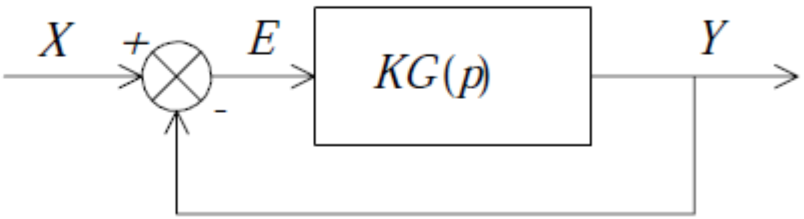
- Voorbeeld: $$\frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{\frac{1}{1+p}}{1+\frac{1}{1+p}} = \frac{1}{2+p} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{p}{2}}$$
- Verkleinde tijdsconstante 1/2 en versterking 1/2
- Evenwichtswaarde staprespons = geslotenlus TF bij $p$ = 0
- Standfout = 1 - 0.5 = 0.5
- Nadeel terugkoppeling = slechter volggedrag !!



# Hoe standfout bepalen in het algemeen ?

- Het terugkoppelverschil $E(p) = X(p) - Y(p)$
- De standfout is dit verschil *E* bij frequentie 0 Hz gedeeld door $X(p)$ (stel $H(p) = 1$)

$$\frac{E(p)}{X(p)} = \frac{1}{1 + KG(p)}$$




$$\epsilon_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \frac{1}{1 + KG(0)}$$

- $G(0)$ is statische versterking van het open systeem
- Hoe groter *K* of $K_p = KG(0)$ hoe kleiner de standfout !!!

KU LEUVEN

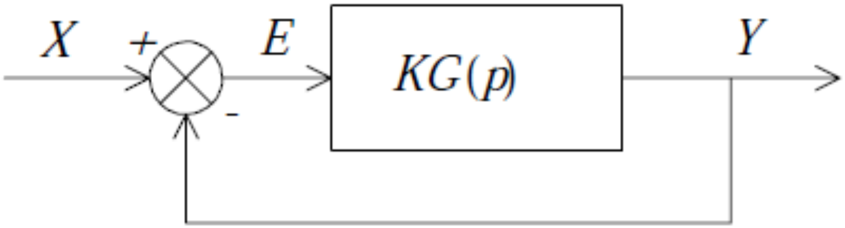
# Besluiten uit afleiding standfout

- Formule is $\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} pE(p) = \dfrac{1}{1+KG(0)}$ (in %)

- Als $G(0) \to \infty$ dan is $\epsilon_{ss} = 0$
- Dit betekent dat $G(p)$ een integrator moet zijn (1/*p*)
- Standfout = 0 als open systeem integrator bevat !!!

- Gesloten systeem $\lim_{t\to\infty} y(t) = \dfrac{KG(0)}{1+KG(0)}$

met $Y(p) = 1 - \epsilon_{ss} = \dfrac{KG(p)}{1+KG(p)}$



# Volgfout

- Bij ingangssignaal een ramp-functie krijgen we een volgfout
- Uit de Laplace formulelijst halen we :

$$\lim_{p \to 0} pE(p) = \lim_{p \to 0} \left( p \frac{m}{p^2} \frac{1}{1 + KG(p)} \right) = \lim_{p \to 0} \frac{m}{p + pKG(p)}$$

- Als $G(p)$ geen integrator bevat is volgfout = $\infty$
- Als $G(p)$ integrerende functie bevat is volgfout eindig = $\frac{m}{K_v}$

met snelheidsfoutconstante $K_v = \lim_{p \to 0} pKG(p)$

- Als $G(p)$ twee integrerende functies bevat is volgfout 0 !!!

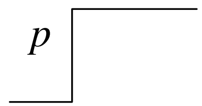
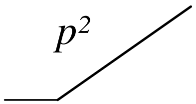
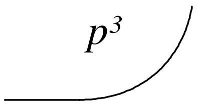
# Versnellingsfout

- Bij ingangssignaal een parabolische-functie krijgen we een versnellingsfout
- Uit de Laplace formulelijst halen we :

$$\lim_{p\to 0} pE(p) = \lim_{p\to 0}\left(p\frac{a}{p^3}\frac{1}{1+KG(p)}\right) = \lim_{p\to 0}\frac{a}{p^2+p^2KG(p)}$$

- Als $G(p)$ geen of een integrator bevat is versnellingsfout = $\infty$
- Als $G(p)$ twee integrerende functies bevat is de versnellingsfout eindig = $\frac{a}{K_a}$
- met versnellingsfoutconstante $K_a = \lim_{p\to 0} p^2 KG(p)$
- Als $G(p)$ drie integrerende functies bevat is volgfout 0 !!!

# Overzicht van mogelijke fouten

| *Statische fout* / *Ingang* → / ↓ *Systeemtype* | $\frac{E}{p}$  *Stap* | $\frac{m}{p^2}$  *Ramp* | $\frac{a}{p^3}$  *Parabolisch* |
|---|---|---|---|
| 0 | eindig = $\frac{1}{1+K_p}$ | $\infty$ | $\infty$ |
| 1 | 0 | eindig = $\frac{1}{K_v}$ | $\infty$ |
| 2 | 0 | 0 | eindig = $\frac{1}{K_a}$ |

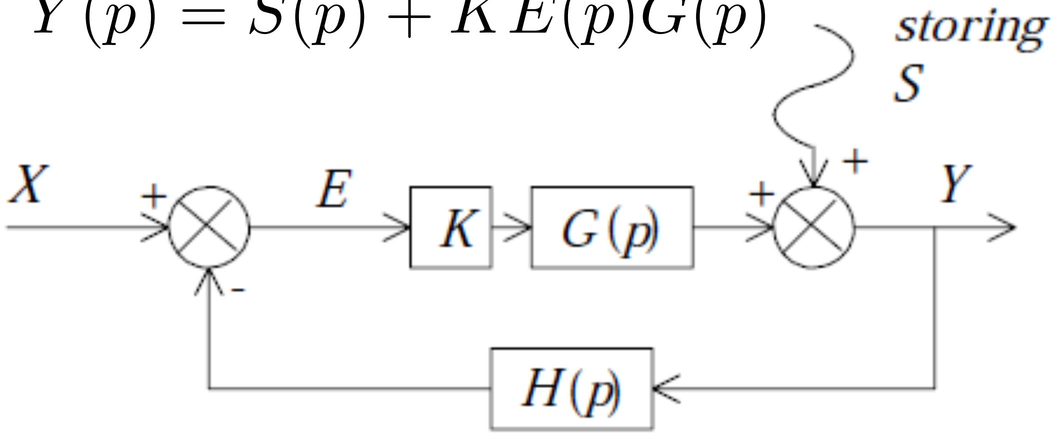
$$TF(p) = \frac{K(1+\tau_a p)(1+\tau_b p)(1+\tau_c p)\cdots}{p^n(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)(1+\tau_3 p)\cdots}$$

# Les 4: De regelkring

- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Wat is ruisonderdrukking ?

- Wat? willekeurige fouten ten gevolge van ruis/ stoorsignalen onderdrukken
- Hoe? regelkring
- Soorten fouten: statisch vs. dynamisch
- Hoe analyseren: extra foutingang *S*
- Stuursignaal: $E(p) = X(p) - H(p)Y(p)$
- Uitgang: $Y(p) = S(p) + KE(p)G(p)$

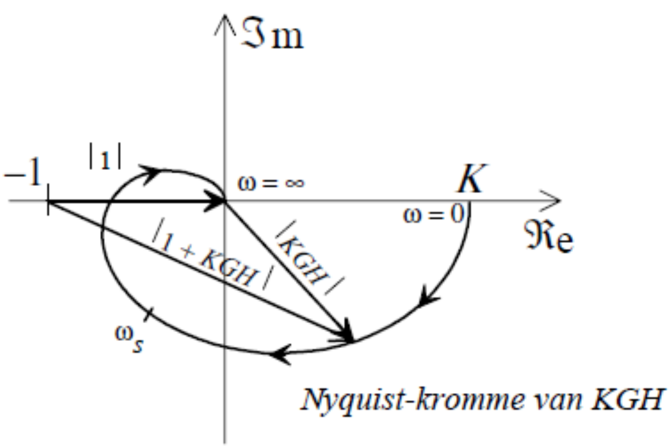


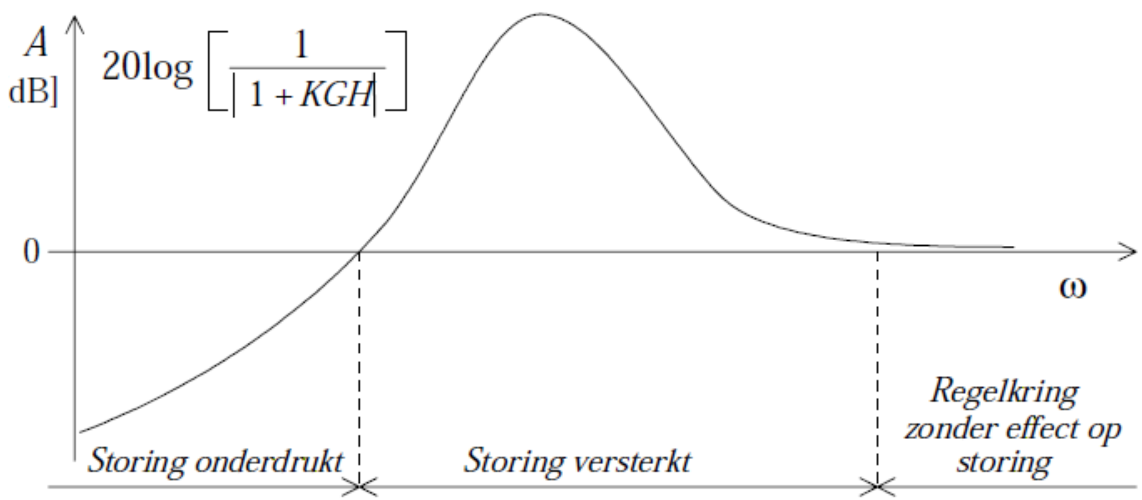
# Analyseer de fout op de uitgang

- De ontbinding geeft:

$$Y(p) = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)H(p)}X(p) + \frac{1}{1 + KG(p)H(p)}S(p)$$

- De foutcomponent is $F(p) = \frac{1}{1 + KG(p)H(p)}S(p)$
- Fout is niet gelijk aan storing
- Fout is afhankelijk van $1 + KG(p)H(p)$
- Statische fout bij *p*=0, *K* groot zorgt voor onderdrukking, . . .



# Les 4: De regelkring

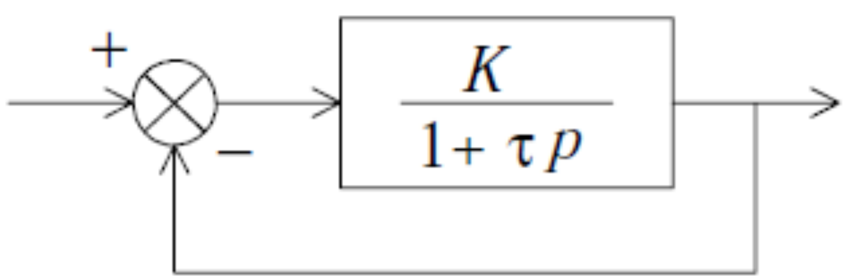
- **De regelkring** [Baeten, REG1, Hoofdstuk 2]
  - Inleiding
  - Terugkoppeling
  - Standaardregelkring
  - Eigenschappen van de regellus
  - (Absolute) stabiliteit
  - Stabiliteit in het frequentiedomein
  - Graad van stabiliteit: amplitude- en fasemarge
  - Statische nauwkeurigheid
  - Ruisonderdrukking (dynamische nauwkeurigheid)
  - Snelheid van de regeling

# Snelheid van de regellus

- Wat? De reactiesnelheid van een systeem verhogen door tijdsconstante te verkleinen of door  te vergroten
- Hoe? terugkoppeling

$$\mathrm{TF}_{1eorde} = \frac{\frac{K}{1+\tau p}}{1+\frac{K}{1+\tau p}} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1+\frac{\tau p}{K+1}}$$

- Tijdsconstante wordt kleiner als *K* verhoogt!



# Verband tussen snijpulsatie en snelheid