



Katholieke
Universiteit
Leuven

Faculteit Ingenieurswetenschappen

**Departementen Elektrotechniek
en Computerwetenschappen**

OVERSTROMINGSBEHEERSING VAN DE DEMER MET MODEL PREDICTIEVE CONTROLE

Maarten BRECKPOT

Masterproef aangeboden tot het behalen van de
graad van Master in de ingenieurswetenschappen:
wiskundige ingenieurstechnieken

2008–2009

Promotor : Prof. dr. ir. B. DE MOOR

© Copyright by K.U.Leuven

Zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van zowel de promotor(en) als de auteur(s) is overnemen, kopiëren, gebruiken of realiseren van deze uitgave of gedeelten ervan verboden. Voor aanvragen tot of informatie i.v.m. het overnemen en/of gebruik en/of realisatie van gedeelten uit deze publicatie, wendt u tot de Departementen Elektrotechniek en Computerwetenschappen.

Voorafgaande schriftelijke toestemming van de promotor(en) is eveneens vereist voor het aanwenden van de in dit afstudeerwerk beschreven (originele) methoden, producten en programma's voor industrieel of commercieel nut en voor de inzending van deze publicatie ter deelname aan wetenschappelijke prijzen of wedstrijden.

Voornaam en naam student : Maarten Breckpot

Titel :

Overstromingsbeheersing van de Demer met Model Predictieve Controle

Engelse vertaling :

Flood control of the Demer with Model Predictive Control

Korte inhoud :

Over heel de wereld vinden **overstromingen** plaats. In Europa zijn dit de **meest voorkomende natuurrampen** en hun aantal neemt significant toe. De gevolgen van deze overstromingen zijn niet te onderschatten. Zo is het economisch verzekerd verlies voor de overstromingen in Europa tussen 1998 en 2004 op meer dan 25 miljard euro geraamd. Daarnaast kostten deze rampen honderden mensenlevens. Ook in België vormen overstromingen een groot probleem. Op tien jaar tijd deden 241 Vlaamse gemeenten een beroep op het Rampenfonds.

In deze masterproef is een techniek geïmplementeerd om overstromingen te voorkomen. De **Demer** is hiervoor als **studieobject** gebruikt. Het concept en de oplossing zijn evenwel inzetbaar voor overstromingsbeheersing van rivieren in het algemeen.

Na de overstromingen van de Demer in 1966 en 1967 heeft de Belgische overheid de Demer op verschillende plaatsen ingedijkt. Daarnaast werden beddingen verdiept en hydraulische structuren en stuwen geïnstalleerd. Tenslotte werden drie wachtbekkens voorzien met een totale opvangcapaciteit van meer dan 18 miljoen m³. Al deze aanpassingen voorkwamen in het verleden al heel wat schade. Toch kon niet voorkomen worden dat de Demer in 1998 en 2002 nog zwaar overstroomde. De oorzaak hiervan is te vinden in het feit dat de huidige regelaar de beschikbare buffercapaciteit van de wachtbekkens niet optimaal benut. Zo houdt de regelaar geen rekening met neerslagvoorspellingen. Daarnaast wordt bij het bepalen van de standen van de hydraulische structuren en stuwen geen rekening gehouden met het effect op alle waterhoogten.

Omwille van deze nadelen wenst de Afdeling Water van de Vlaamse Milieu Maatschappij een meer intelligente techniek te gebruiken die de stuwen en hydraulische structuren op een automatische manier aanstuurt zodat de wachtbekkens op een efficiënte en optimale manier gebruikt worden om overstromingen te beheersen en te voorkomen. Een techniek die hiervoor sterk in aanmerking komt is **Model Predictieve Controle** (MPC). Dit is een geavanceerde regeltechniek die reeds in zeer uiteenlopende ingenieursdisciplines succesvol toegepast wordt zoals de procesindustrie, de voedingsindustrie en de ruimtevaart. Een groot voordeel bij MPC is dat rekening gehouden wordt met de beperkingen op in- en uitgangen zoals ondermeer overstromingsgrenzen. Doordat MPC verder ook nog rekening houdt met toekomstige storingen (zoals neerslagvoorspellingen) en werkt met een procesmodel om te schatten wat de invloed van elke ingang is op elke uitgang, schuift MPC zichzelf naar voor als een krachtige oplossing voor overstromingsbeheersing.

In opdracht van de Afdeling Water is aan de K.U.Leuven het onderzoek gestart naar de geschiktheid van MPC voor overstromingsbeheersing. Deze masterproef vormt voor dit onderzoek een belangrijke uitbreiding door aan te tonen dat **industriële software** aangewend kan worden voor deze taak. De gebruikte software in deze masterproef is de INCA Software van het bedrijf IPCOS. Omwille van het sterke niet-lineaire karakter van riviersystemen kan de INCA Software niet onmiddellijk onveranderd toegepast worden voor overstromingsbeheersing en dient deze uitgebreid te worden.

Het eerste hoofdstuk geeft een algemene situering van het onderwerp en onderstreept het maatschappelijk belang van deze masterproef.

Hoofdstuk twee gaat dieper in op de problematiek van de Demer. Er wordt hier aandacht geschonken aan de doorgevoerde aanpassingen in het verleden en de huidige manier van overstromingsbestrijding.

Het derde hoofdstuk legt de werking van MPC uit. Na een korte inleiding tot optimalisatietheorie wordt hier onderscheid gemaakt tussen lineaire en niet-lineaire MPC. Omdat **niet-lineaire modellen** een grote invloed hebben op het op te lossen optimalisatieprobleem, wordt aan deze component de meeste aandacht geschonken. Daarnaast worden het schuivende tijdsvenster en het procesmodel behandeld.

Het vierde en belangrijkste hoofdstuk bespreekt de implementatie van de MPC regelaar met INCA. Zo wordt besproken welke uitbreidingen binnen INCA nodig zijn en hoe deze waar haalbaar effectief geïmplementeerd werden. Bondig worden de twee gebruikte modellen toegelicht die opgesteld zijn door het Departement Bouwkunde. Voor het simuleren van de verschillende implementaties wordt gewerkt met de historische neerslagdata van 1998. De resultaten tonen aan dat MPC zeer geschikt is voor overstromingsbeheersing. Zowel voor, tijdens als na zware regenbuien zijn de simulaties met MPC opvallend veel gunstiger in vergelijking met de huidige regelaar. Zo worden de waterhoogten veel beter rond de referentiewaarden gehouden en is de **grootte van de overstromingen sterk gereduceerd en op vele plaatsen zelfs verdwenen**. Ook voor situaties met onzekere neerslagvoorspellingen overtreft MPC de huidige regelaar.

Bij de behaalde resultaten dienen wel twee kleine kanttekeningen gemaakt te worden. Zo is verondersteld dat de modellen van de Demer perfect overeenkomen met de werkelijkheid. Deze zijn uiteraard een goede, maar geen exacte benadering van de realiteit vermits er altijd modelfouten en -onzekerheden aanwezig zijn. Daarnaast werd verondersteld dat de toestand van de Demer op ieder moment gekend is. In de praktijk worden echter enkel de belangrijkste waterhoogten gemeten en ontbreken de metingen van de debieten volledig. Alvorens de techniek te kunnen toepassen in de praktijk is er bijgevolg verder onderzoek nodig naar de invloed van modelfouten en -onzekerheden en dient het regelschema uitgebreid te worden met een toestandschatter.

Met deze twee randbemerkingen in gedachte is de eindconclusie van deze masterproef dat **MPC een krachtige techniek is voor overstromingsbeheersing van rivieren in het algemeen**.

*Masterproef aangeboden tot het behalen van de graad van
Master in de ingenieurswetenschappen: wiskundige ingenieurstechnieken*

Promotor : Prof. dr. ir. B. De Moor

Assessoren : Prof. dr. M. Diehl
Prof. dr. ir. J. Berlamont

Begeleider : ir. ing. T. Barjas Blanco

Dankwoord

Na een jaar van inspanningen vormt deze masterproef de bekroning van mijn studieperiode aan de K.U.Leuven. Gedurende een klein jaar heb ik mij met hart en ziel toegelegd op deze masterproef. Ik wens in dit dankwoord een aantal personen in het bijzonder te danken voor hun hulp, inzicht en motiverende woorden.

In de eerste plaats wens ik mijn promotor professor Bart De Moor te danken voor het wekken van mijn interesse voor dit onderzoeksdomein. Zijn gedrevenheid tijdens voorgaande cursussen en inspirerende gesprekken hadden een belangrijk aandeel in mijn keuze voor het ondernemen van deze reis. Daarnaast dank ik ook Toni Barjas Blanco voor zijn dagelijkse begeleiding van mijn masterproef. Hij heeft mij op verschillende momenten bijgestaan met zijn eigen ervaringen in dit interessante onderzoeksdomein. Hierdoor konden vele problemen op een efficiënte manier aangepakt en opgelost worden zodat mijn masterproef goed vorderde. Tegelijkertijd was er voldoende vrijheid aanwezig om mijn eigen ervaringen op te doen en te experimenteren met de materie.

Ook ben ik het bedrijf IPCOS erkentelijk voor het ter beschikking stellen van hun software. In het bijzonder richt ik me hierbij tot Bert Pluymers voor zijn geïnvesteerde tijd in gesprekken, het zoeken naar oplossingen en het geven van zijn advies. Graag wil ik in deze context ook professor Patrick Willems vermelden, van wiens riviermodellen ik gebruik gemaakt heb.

Bij deze wil ik ook mijn assessoren professor Jean Berlamont en professor Moritz Diehl bedanken voor het vrijmaken van hun tijd om mijn masterproef te beoordelen.

Tenslotte gaat er nog een speciaal woord van dank naar mijn ouders, grootouders, vriendin, broer, zus en vrienden. Ieder van hen heeft op hun eigen manier bijgedragen tot dit eindresultaat en het bereiken van de eindmeet door mij steeds weer aan te moedigen, opbouwende kritiek te geven en mij deze masterproef vanuit verschillende invalshoeken te laten bekijken.

Bedankt!

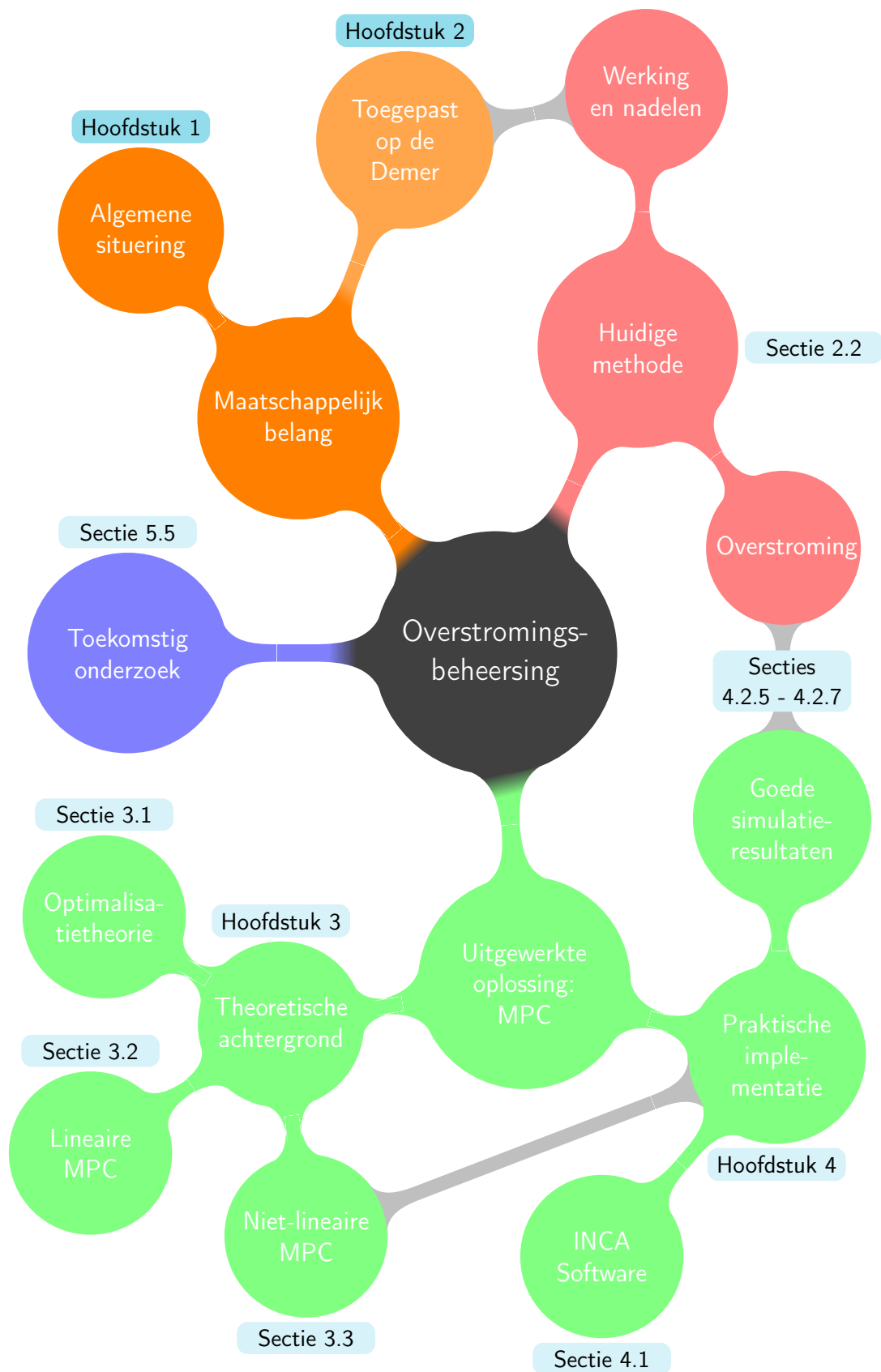
Maarten

Inhoudsopgave

Inhoudsopgave	vii
1 Inleiding tot de problematiek en doelstellingen	1
1.1 Situering en belang van het onderwerp	1
1.2 Behoeftte aan een aangepast beleid inzake overstromingsbeheersing	2
1.2.1 Oplossingen	2
1.2.2 Toegepast op de Demer	3
1.3 MPC en overstromingsbeheersing	3
1.3.1 Onderzoek aan de K.U.Leuven	3
1.3.2 Onderzoek elders	4
1.4 Doelstellingen en uiteenzetting van de masterproef	4
2 De Demer en overstromingsbeheersing	7
2.1 De Demer	7
2.1.1 Situering van de Demer	7
2.1.2 De Demer en overstromingen	9
2.1.2.1 De Demer: een neerslagrivier	9
2.1.2.2 Een geschiedenis van normaliseringen en overstromingen	9
2.1.2.3 Oorzaken en oplossingen	11
2.2 De huidige regelstructuur: een geavanceerde drie-standen regelaar	12
2.3 MPC en overstromingsbeheersing	13
2.3.1 Wat is MPC?	13
2.3.2 Het studiegebied gesitueerd binnen het onderzoek aan de K.U.Leuven	14
2.3.3 Specifieke moeilijkheden	15
3 Model Predictieve Controle	17
3.1 Optimalisatietheorie	18
3.1.1 Convexe optimalisatieproblemen	18
3.1.2 Kwadratische optimalisatieproblemen	18
3.1.3 Niet-lineaire optimalisatieproblemen	20
3.2 Lineaire MPC	21
3.2.1 Het model	21
3.2.1.1 Modelklassen	21
3.2.1.2 Systeemidentificatie en -modellering	22
3.2.2 Het schuivende tijdsvenster	22
3.2.3 Het optimalisatieprobleem	24
3.2.3.1 De doelfunctie	24
3.2.3.2 De beperkingen	25
3.2.3.3 Het inbrengen van de modelvergelijkingen	25

3.2.3.4	Het kwadratisch optimalisatieprobleem	26
3.3	Niet-lineaire MPC	26
3.3.1	Waarom niet-lineaire modellen?	27
3.3.2	Niet-lineaire modellen	27
3.3.3	Het optimalisatieprobleem	28
4	Praktische uitwerking met de INCA Software van IPCOS	31
4.1	De INCA Software van IPCOS: een verantwoorde keuze voor deze masterproef .	31
4.1.1	Motivatie voor het gebruik van INCA	31
4.1.2	De INCA Engine	32
4.1.2.1	Het oplossen van het optimalisatieprobleem	32
4.1.2.2	De noodzakelijke uitbreiding voor NMPC	33
4.1.2.3	De connectie met Matlab	34
4.2	De Demer	34
4.2.1	De modellen	35
4.2.1.1	Inleiding	35
4.2.1.2	Modelstructuur	35
4.2.1.3	Het toestandsruimtemodel	38
4.2.2	Linearisatie	38
4.2.2.1	De noodzaak om te lineariseren	38
4.2.2.2	Methode	40
4.2.2.3	Onstabieleit	41
4.2.3	Regelobjectieven en beperkingen	41
4.2.4	Oncontroleerbare kleppen	42
4.2.5	MPC toegepast op het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer . . .	43
4.2.5.1	Regelobjectieven en beperkingen	43
4.2.5.2	Aannamen	44
4.2.5.3	Neerslagdata	44
4.2.5.4	Simulatie met de huidige regelaar	45
4.2.5.5	Eerste implementatie	45
4.2.5.6	Tweede implementatie	50
4.2.5.7	Derde implementatie	54
4.2.5.8	Kwantitatieve vergelijking	57
4.2.5.9	Besluit	58
4.2.6	MPC toegepast op het Demermodel met de wachtbekkens Schulensmeer en Webbekom	58
4.2.6.1	Regelobjectieven en beperkingen	58
4.2.6.2	Aannamen	59
4.2.6.3	Simulaties met de huidige regelaar	59
4.2.6.4	MPC-implementatie	60
4.2.6.5	Besluit	63
4.2.7	Robuuste NMPC voor onzekerheid op de neerslag	65
4.2.7.1	Modellering van de onzekerheid op de neerslagafstromingsde- bieten	65
4.2.7.2	Invloed op de performantie	67
4.2.7.3	Meervoudige MPC	67
4.2.7.4	Besluit	71
4.3	Besluit	71

5 Conclusie	73
5.1 Het maatschappelijk belang van deze masterproef	73
5.2 De tekortkomingen voor overstromingsbeheersing van de huidige regelaar voor de Demer	74
5.3 De sterkte van MPC voor overstromingsbeheersing	74
5.4 De noodzakelijke aanpassingen en uitbreidingen van INCA	75
5.5 Toekomstig onderzoek	76
5.6 Slotbeschouwing	77
Bibliografie	79
Lijst van symbolen	83
Lijst van afkortingen	85
Lijst van figuren	87
Lijst van tabellen	89
Lijst van algoritmes	91
A Optimalisatietheorie	95
A.1 Wiskundige formulering en definities	95
A.2 Convex programmeren	96
A.3 Optimaliteitsvoorwaarden	97
B Statistiek	99
C Overstromingskaart van de Demer in 1998	101



Hoofdstuk 1

Inleiding tot de problematiek en doelstellingen

1.1 Situering en belang van het onderwerp

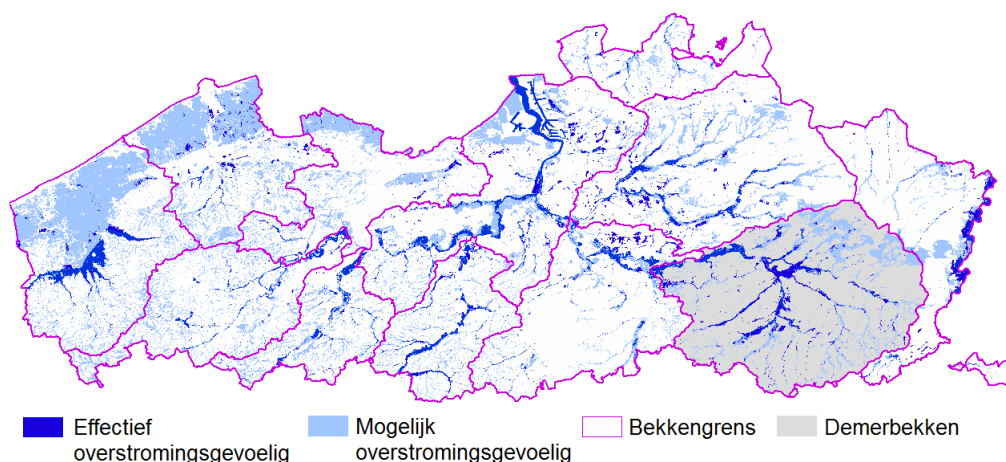
Sedert mensenheugenis zorgen overstromingen wereldwijd voor grote problemen. Cijfers en figuren tonen aan dat binnen Europa overstromingen de meest voorkomende natuurrampen zijn. Het aantal zware overstromingen neemt zelfs significant toe sinds 1970 en dit zowel mondiaal, als in Europa én in België (Tabel 1.1). Zo bereikte de Rijn en haar zijrivieren in 1993 ongekende waterhoogten met een totale schade van 400 tot 500 miljoen euro tot gevolg. In de zomer van 1997 zorgden overstromingen in het stroomgebied van de Oder voor zware problemen in Midden-Europa. Tussen 1998 en 2004 vonden meer dan 100 grote overstromingen plaats met een (verzekerd) economisch verlies van minstens 25 miljard euro. Hierbij verloren 700 mensen het leven en een half miljoen mensen hun woonst [1, 2].

Tabel 1.1: Evolutie van het aantal zware overstromingen in de wereld, Europa en België tussen 1970 en 2006. Bron: [3]

aantal zware overstromingen	1970-1979	1980-1989	1990-1999	2000-2006
mondiaal	263	526	780	1193
Europa	23	38	94	203
België	1	2	4	6

Ook Vlaanderen bleef niet gespaard van overstromingen. Zo waren er in het recente verleden nog belangrijke overstromingen (de winters 1993-1994 en 1994-1995, augustus 1996, september 1998, december 1999, februari 2002, december/januari 2003, juli 2005 en juli 2007). Een bijkomend probleem is dat deze overstromingen niet plaatsvinden op een beperkt aantal locaties: tussen december 1993 en maart 2003 deden 241 van de 309 gemeenten in Vlaanderen een beroep op het Rampenfonds voor tussenkomst na overstromingen. Dit gegeven is ook te zien in figuur 1.1 waar de effectief (donkerblauw) en mogelijk (lichtblauw) overstro-

Een exhaustieve lijst met de gebruikte symbolen en afkortingen zijn achteraan terug te vinden op pag. 83 en 85. Verwijzingen naar de gebruikte literatuur gebeurt d.m.v. [...] en zijn achteraan terug te vinden vanaf pag. 79.



Figuur 1.1: De effectief en mogelijk overstromingsgevoelige gebieden voor het Vlaamse Gewest in 2005. Bron: [4]

mingsgevoelige gebieden weergegeven zijn voor het Vlaamse Gewest in 2005. Een belangrijk bekken met een groot aantal overstromingsgevoelige gebieden is het Demerbekken (grijs).

1.2 Behoeftte aan een aangepast beleid inzake overstromingsbeheersing

De **toenemende urbanisatie** in combinatie met een **niet altijd even oordeelkundig ruimtelijk ordeningsbeleid** liggen mee aan de basis van de vele overstromingen. In het verleden werden woongebieden en industrieterreinen vaak niet altijd even oordeelkundig in de winterbedding van rivieren ingeplant. Daarnaast werden de risicovolle plaatsen op een stelselmatige manier **ingedijkt** en **rechtgetrokken**. Hierdoor wordt de plaatselijke problematiek opgelost maar leidt dit vaak tot nefaste gevolgen voor de gebieden verder stroomafwaarts [5].

1.2.1 Oplossingen

Men is tot het besef gekomen dat water nooit beheerst maar alleen beheerd kan worden. Overstromingen zijn een natuurlijk onderdeel van het functioneren van een rivier en zullen altijd blijven plaatsvinden. Hierdoor is de focus verschoven van het voorkomen van overstromingen naar het beter controleren van de overstromingen op plaatsen waar ze de kleinste schade berokkenen. Enkele oplossingen binnen deze nieuwe visie zijn [5, 6, 7, 8]:

- **Natuurlijke en semi-natuurlijke overstromingsgebieden:** De eerste plaatsen om overtollig water te bergen zijn de natuurlijke overstromingsgebieden. Waar nodig en mogelijk kan het bergingsvermogen van deze gebieden kunstmatig vergroot worden (semi-natuurlijke overstromingsgebieden).
- **Kunstmatige wachtbekkens:** Op plaatsen waar onvoldoende (semi-)natuurlijke overstromingsgebieden zijn, kunnen kunstmatige wachtbekkens aangelegd worden.
- **Plaatselijke beschermingen:** gronddijken, damplankenrijen, oeververzwaring, enz.

- **Een continu computergestuurd beheer van het stroomgebied:** Wachtbekkens, kleppen en sluizen kunnen in een stroomgebied optimaler functioneren wanneer ze gestuurd worden door een computer die rekening houdt met hetgeen elders in het stroomgebied gebeurt. Met deze extra informatie kan water optimaler opgehouden worden waardoor de intrinsieke veiligheid van het beschermde gebied verhoogt.

1.2.2 Toegepast op de Demer

Deze nieuwe visie voor het beheersen van overstromingen werd toegepast op de Demer. Langs de Demer werden drie wachtbekkens aangelegd met een totaal bergingsvolume groter dan 18 miljoen m³. Daarnaast werden op verschillende plaatsen in het Demerbekken hydraulische structuren geïnstalleerd. Deze regelen zowel de debieten in de rivieren als de waterstroom van en naar de wachtbekkens. Deze structuren worden momenteel aangestuurd door een eenvoudige regelaar waarbij operatoren manueel kunnen ingrijpen. Deze aanpassingen zorgden ervoor dat de impact van de overstromingen sterk verbeterde, maar konden evenwel niet voorkomen dat overstromingen bleven plaatsvinden (1998 en 2002). In Bijlage C zit een overstromingskaart waar de omvang van de overstromingen in 1998 aangeduid staat.

Recent onderzoek van de Vlaamse Milieu Maatschappij (VMM) heeft echter aangetoond dat deze overstromingen sterk gereduceerd en zelfs vermeden konden worden indien de wachtbekkens en de hydraulische structuren op een intelligentere manier aangestuurd werden. Daarom wenst de Afdeling Water¹ van de VMM een techniek te ontwikkelen die de stuwen en hydraulische structuren op een automatische en meest efficiënte manier aanstuurt met optimaal gebruik van de wachtbekkens om overstromingen te voorkomen. De K.U.Leuven onderzoekt momenteel of de toepassing van Model Predictieve Controle (MPC, *Model Predictive Control*) de overstromingsbeheersing in functie van de gestelde doelen beter kan ondersteunen.

1.3 MPC en overstromingsbeheersing

Model Predictieve Controle is een geavanceerde regeltechniek die toegepast kan worden op verschillende soorten van systemen. MPC gaat op elk tijdstip op zoek naar die sequentie van systeemingenangen die een bepaalde performantiemaat optimaliseert over een zeker tijdsvenster rekening houdend met de storingen en de beperkingen op de in- en uitgangen [9, 10].

1.3.1 Onderzoek aan de K.U.Leuven

Het onderzoek in opdracht van de Afdeling Water naar de toepasbaarheid van MPC voor overstromingsbeheersing voor de Demer wordt uitgevoerd door de Afdeling Hydraulica² van het Departement Bouwkunde o.l.v. J. Berlamont en P. Willems en de Afdeling SISTA³ van het Departement Elektrotechniek van de K.U.Leuven o.l.v. B. De Moor. Dit onderzoek is mede ingevuld door het doctoraatsonderzoek van T. Barjas Blanco. Deze masterproef situeert zich

¹<http://www.vmm.be/water>

²<http://www.kuleuven.be/hydr/>

³<http://www.esat.kuleuven.be/scd/>

binnen de context van dit onderzoek. De opdracht bestaat erin om aan te tonen dat op basis van bestaande industriële software een MPC-implementatie kan uitgewerkt worden om de overstroming van de Demer beter onder controle te houden door een doelgericht aansturen van de klepstanden. In het licht van de dimensies van de overstromingen van de laatste decennia heeft deze masterproef een belangrijke maatschappelijke meerwaarde.

1.3.2 Onderzoek elders

Naast de publicaties over het onderzoek aan de K.U.Leuven [11, 12, 13] zijn in de literatuur verschillende studies te vinden voor het regelen van rivieren met MPC [14, 15]. Deze studies beperken zich echter tot het controleren van de waterniveaus tot bepaalde referentiewaarden en focussen niet op het voorkomen van overstromingen. Hierdoor kan de sterke niet-lineaire dynamica van riviersystemen voldoende nauwkeurig benaderd worden door een lineair model geldig rond het gewenste werkingpunt wat de implementatie sterk vereenvoudigt. Omdat hevige regenperiodes de volledige niet-lineaire dynamica van riviersystemen exciteert, kan deze methode hier niet gebruikt worden. In de studie van [16] wordt MPC wel gebruikt voor het voorkomen van overstromingen, maar wordt het niet-lineaire gedrag van de kleppen verwaarloosd wat weer een sterke vereenvoudiging is van het probleem. De kleppen zijn immers net verantwoordelijk voor de sterke niet-lineaire dynamica.

1.4 Doelstellingen en uiteenzetting van de masterproef

Binnen de hierboven toegelichte context vertrekt deze masterproef van bestaande MPC software, in dit geval de INCA Software van IPCOS⁴. Doordat overstromingsbeheersing buiten de huidige toepassingen van de INCA Software valt die met lineaire modellen te benaderen zijn, is een voornamelijk doelstelling van deze masterproef het **uitbreiden van de standaard componenten van INCA** met eigen ontwikkelde functies. De uitdaging hierbij is het rekening houden met de sterke **niet-lineaire rivierdynamica** gevolgd door de **afstelling van de software op overstromingsbeheersing**. Het is hierbij van belang de **performantieverbetering** van de ontwikkelde MPC regelaars t.o.v. de huidige regelaar **kwantitatief aan te tonen**. Het ontwikkelde prototype wordt toegepast op de Demer als studieobject. Hierbij valt te onderstrepen dat het oplossingsconcept breed inzetbaar is voor rivieren in het algemeen.

Binnen het bestek van deze masterproef werden de software-uitbreidingen met succes uitgewerkt, geïmplementeerd en getest. De beloftevolle simulatieresultaten van het prototype toegepast op de Demer tonen aan dat MPC een bijzonder krachtig instrument is bij overstromingsbeheersing. De resultaten tonen aan dat MPC:

- het aantal en de grootte van de overstromingen spectaculair reduceert;
- de buffercapaciteit van de wachtbekkens op korte tijd volledig terug hersteld zodat een tweede zware regenbui opgevangen kan worden;
- gebruikt kan worden om de belangrijkste waterniveaus veel dichterbij de referentiewaarden te sturen;
- en overweg kan met onzekerheid op de weersvoorspellingen.

⁴IPCOS is ontstaan uit het spin-off bedrijf ISMC van de onderzoeksgroep SISTA. – <http://www.ipcos.com>

In het licht van de stijgende frequentie van bijzonder omvangrijke overstromingen heeft de uitgewerkte oplossing in deze masterproef bijgevolg een belangrijke toegevoegde waarde voor de maatschappij. Voor de INCA Software ligt een nieuw marktsegment open.

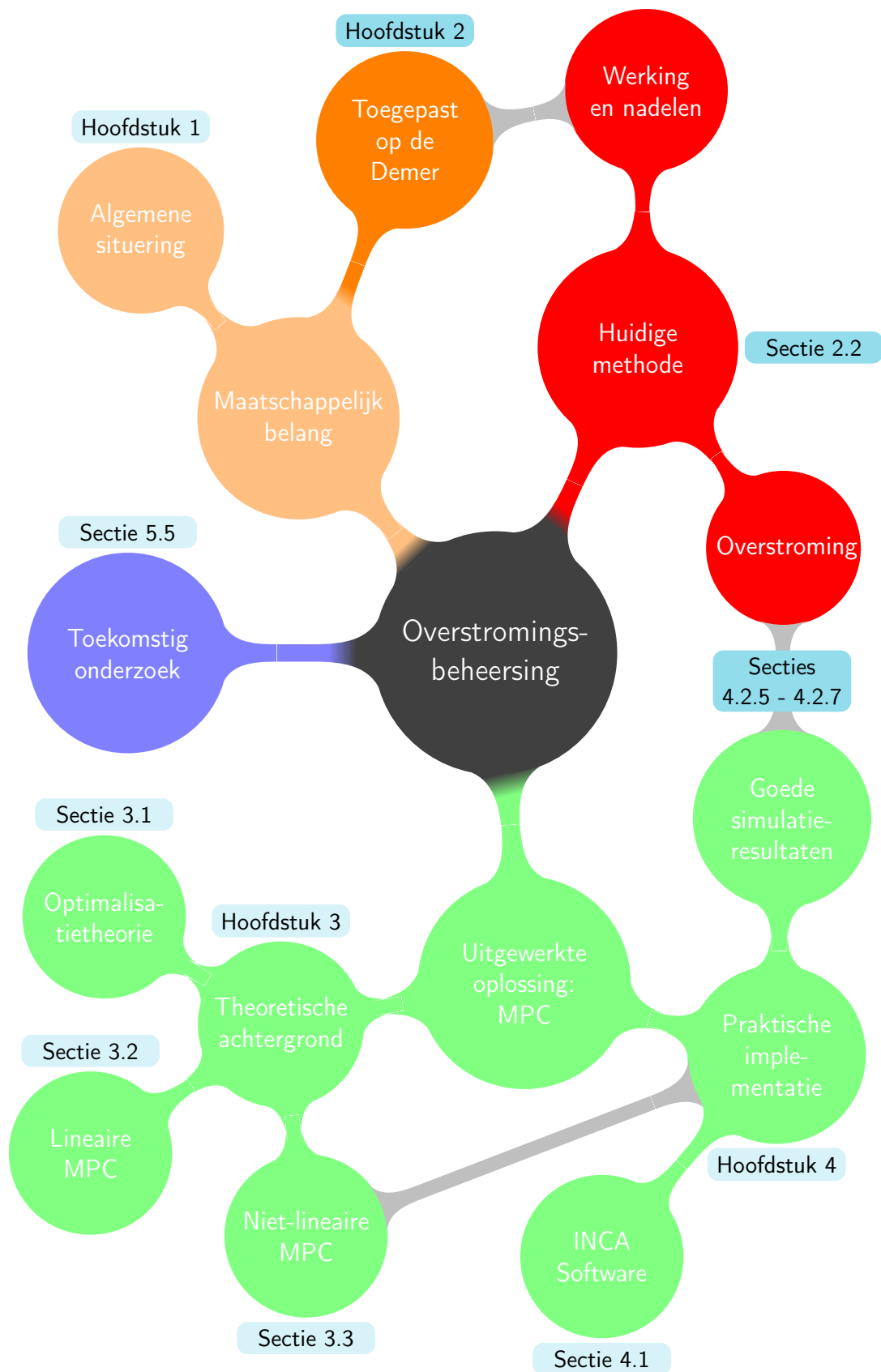
Om te komen tot deze resultaten, is een heel traject afgelegd waarbij zowel de problematiek als de implementatie van de INCA Software uit verschillende invalshoeken bestudeerd en aangepakt is. Aan de hand van een situering van de Demer en haar overstromingshistoriek werd de maatschappelijke dimensie onderzocht. Hierbij werd aandacht geschonken aan de huidige manier van overstromingsbeheersing en de toegepaste regelinfrastructuur rondom wachtbekkens (hoofdstuk 2).

Omwille van de niet-lineaire rivierdynamica spitste de uitgevoerde literatuurstudie zich toe op het begrijpen van het verschil tussen lineaire en niet-lineaire MPC. De aandacht ging hier vooral uit naar de invloed van niet-lineaire modellen. Dit wordt behandeld in hoofdstuk 3.

In het centrale hoofdstuk 4 is de implementatie uitgewerkt. Deze is vertrokken van een onderzoek naar de noodzakelijk ingrepen aan de INCA Software op basis van de bestudeerde theoretische concepten. De effectieve implementatie gebeurde volgens een iteratief proces waarbij de techniek verder afgesteld werd i.f.v. de doelstellingen en de regelobjectieven. Verschillende opeenvolgende simulaties lieten toe deze implementaties vergelijkend te evalueren en tonen aan dat MPC t.o.v. de huidige regelaar veel doeltreffender is voor overstromingsbeheersing.

De voornaamste bevindingen en conclusies zijn gebundeld in hoofdstuk 5. Hierbij wordt ook aandacht geschonken aan toekomstige onderzoeksonderwerpen die verder van belang zijn bij de toepassing.

Zoals in het begin van dit hoofdstuk te zien was, worden de vele verbanden tussen de verschillende onderzochte facetten van deze masterproef nog eens als leidraad bij het lezen visueel voorgesteld. Tevens illustreert het grafisch de bijzondere bijdrage van deze masterproef, nl. **integratief en oplossingsgericht evolueren van concept naar implementatie.**



Hoofdstuk 2

De Demer en overstromingsbeheersing

Het doel van de masterproef is het uitwerken van een MPC regelaar voor de Demer. In dit hoofdstuk wordt uitgelegd waarom deze nieuwe strategie nodig is. Na het bespreken van de situering van de Demer en haar overstromingen in sectie 2.1, legt sectie 2.2 uit waarom de huidige regelaar voor de Demer er niet in slaagt overstromingen te voorkomen. Sectie 2.3 tenslotte toont aan waarom MPC een verbetering zal zijn t.o.v. de huidige regelaar. Deze sectie behandelt ook de specifieke moeilijkheden voor het implementeren van een regelaar voor overstromingsbeheersing.

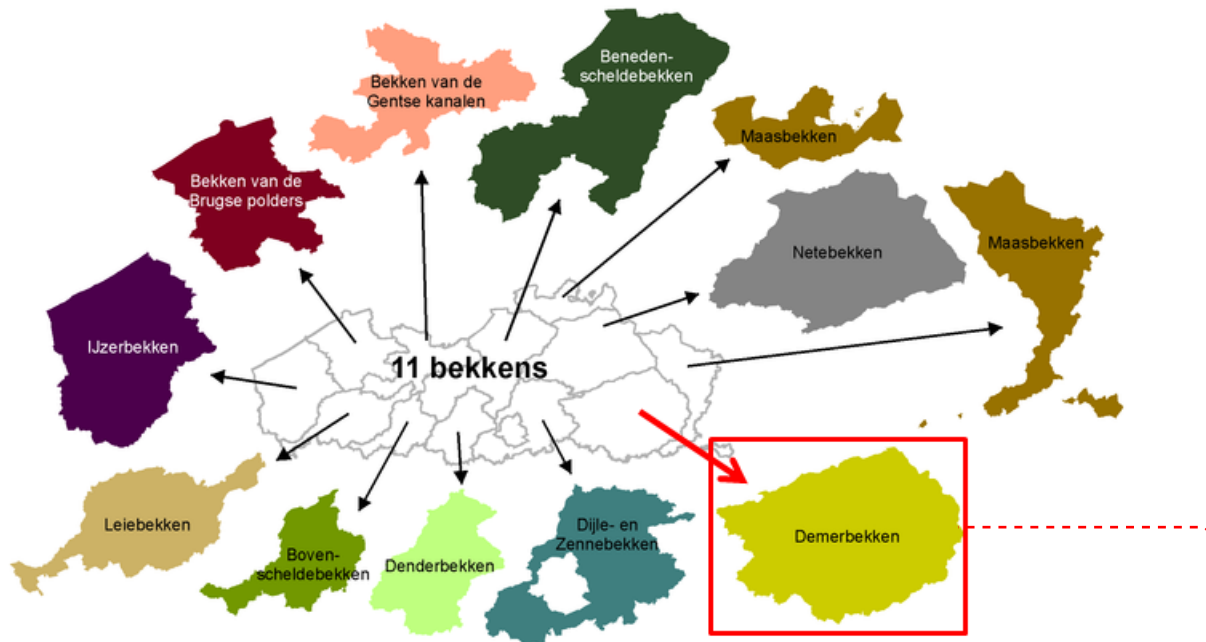
De informatie over de Demer en haar overstromingen zijn grotendeels gebaseerd op [17, 18]. De gegevens over de huidige regelstructuur komt uit [12, 13].

2.1 De Demer

2.1.1 Situering van de Demer

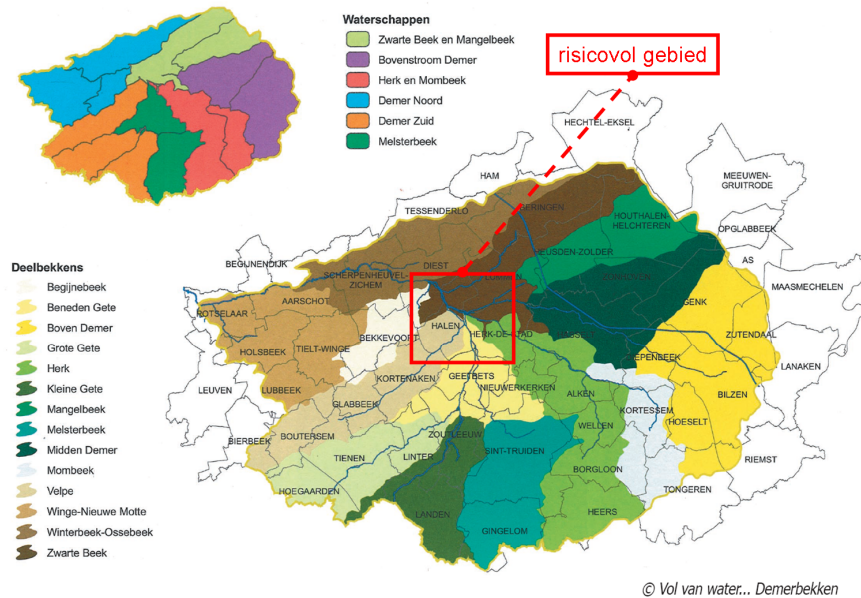
De Demer maakt deel uit van het stroomgebied van de Schelde en bevindt zich in het zuidoostelijk deel van het Vlaamse Gewest (zie figuur 2.1). De rivier stroomt door de provincies Limburg en Vlaams-Brabant. De bovenloop van bepaalde zijrivieren strekt zich uit tot in Wallonië. De rivier is ongeveer 85 km lang en heeft een totale oppervlakte van 1920 km². De Demer ontspringt in Ketsingen in de buurt van Tongeren en komt via Hasselt, Zichem, Diest en Aarschot in Werchter samen met de Dijle. Via de Dijle, de Rupel en de Schelde wordt ten slotte de Noordzee bereikt. De Demer beschikt over vele zijrivieren zoals de Herk, de Velpe, de Zwarte Beek en de Gete. Een groot probleem voor de Demer is de gezamenlijke uitmonding van de Velpe, de Herk en de Gete in de Demer wat de kans op overstromingen hier sterk doet toenemen. Het stroomgebied van de Demer en haar zijrivieren is te zien in figuur 2.2.

2. DE DEMER EN OVERSTROMINGSBEHEERSING



Figuur 2.1: Het stroomgebied van de Demer situeert zich in het Vlaamse Gewest in de provincies Limburg en Vlaams-Brabant.

De Demer mondt uit in de Dijle om via de Schelde de Noordzee te bereiken. Bron: [19]



Figuur 2.2: Het stroomgebied van de Demer met de verschillende deelbekkens. Bron: [17]

2.1.2 De Demer en overstromingen

2.1.2.1 De Demer: een neerslagrivier

Niet tegenstaande dat de bovenloop van de Demer verschillende bronwaterlopen bevat, is de Demer een neerslagrivier. De vele zijrivieren zorgen ervoor dat de Demer zeer snel gevoed wordt door afstromende neerslag. Hierdoor reageert de Demer zeer hevig op neerslag met hoge piekdebieten tot gevolg. Zo kan het gemiddelde debiet variëren van $6.4 \text{ m}^3/\text{s}$ in augustus tot $33.9 \text{ m}^3/\text{s}$ in december. Periodes van aanhoudende, felle regen kunnen ervoor zorgen dat vele plaatsen langs de Demer blank gezet worden. Hierdoor heeft de Demer een lange en bewogen geschiedenis van overstromingen.

2.1.2.2 Een geschiedenis van normaliseringen en overstromingen

Vanaf de 17^{de} eeuw is men begonnen met het rechtekken en bedijken van de hele Demer in combinatie met het verbreden en het verdiepen van de rivier. Het proces van het rechtekken en indijken van een rivier wordt “normaliseren” genoemd. Tot in 1980 werden steeds meer meanders afgesneden (figuur 2.3).



Figuur 2.3: De evolutie van de Demer: rechtekking en afsnijding van meanders. Bron: [18]

Ondanks de inspanningen bleven hevige regenperiodes voor overstromingen zorgen (bijvoorbeeld in 1905, 1926, 1965 en 1966). Zo werd Werchter in 1965-66 en 1966-67 getroffen door zware overstromingen van de Demer en de Dijle. Hierdoor is de Belgische overheid aanpassingswerken blijven doorvoeren. Zo werd de Demer tussen Mechelen en Diest, tussen Werchter en Aarschot en voor Aarschot voorzien van verhoogde en verstevigde dijken en werd de bedding verdiept. De ontwateringsgrachten aan de monding van de Demer werden voorzien van duikers met terugslagkleppen en er werden nog twee bochten afgesneden. Verder werden op verschillende plaatsen hydraulische structuren met beweegbare poorten geïnstalleerd en een controlestrategie om deze aan te sturen. Daarnaast werden drie wachtbekkens aangelegd die vandaag reeds operationeel zijn met een totale capaciteit van meer dan 18 miljoen m^3 : Schulensmeer, Webbekom en Hoeleden [20]. Deze wachtbekkens zorgen voor extra opslagcapaciteit gedurende periodes van zware regenval. Ook hier zijn structuren voorzien die de waterstromen van en naar de wachtbekkens regelen. Al deze hydraulische structuren worden momenteel geregeld met een geavanceerde drie-standen regelaar (*three-position controller*) die in sectie 2.2 verder besproken wordt.

Toch bleven de overstromingen niet uit bij periodes van overvloedige neerslag, met heel wat wateroverlast en ellende tot gevolg. Zo waren er nog zware overstromingen in 1998 en in

2. DE DEMER EN OVERSTROMINGSBEHEERSING

2002 (zie figuur 2.4). Hierbij traden vooral de zijbeken op verschillende plaatsen buiten hun oevers doordat ze hun water niet langer in de getemde Demer kwijt konden. Ter illustratie staat in tabel 2.1 de omvang en de uitbetaalde schade voor de laatste paar overstromingen. In Bijlage C zit een overstromingskaart van de overstromingen in 1998.



(a) De Demer in Zichem op 31 juli 2003 (links) en op 26 februari 2002 (rechts). Bron: [17]



(b) De Maagdentoren in Zichem op 31 juli 2003 (links) en op 26 februari 2002 (rechts).
Bron: [18]

Figuur 2.4: Overstromingen te Zichem in 2002.

Tabel 2.1: Schaderapport van de laatste overstromingen van de Demer. Bron: [18]

Periode	Totaal geraamde overstromde oppervlakte	Uitbetaalde schade door het Rampenfonds*
december 1993-januari 1994	23.5 km ²	€ 47 000
januari 1994-februari 1995	22.9 km ²	€ 11 000
september 1998	32.6 km ²	€ 16 169 000
februari 2002	15.7 km ²	nog niet gekend
december 2002-januari 2003	18.0 km ²	nog niet gekend

* schade aan openbare goederen e.d. niet meegerekend

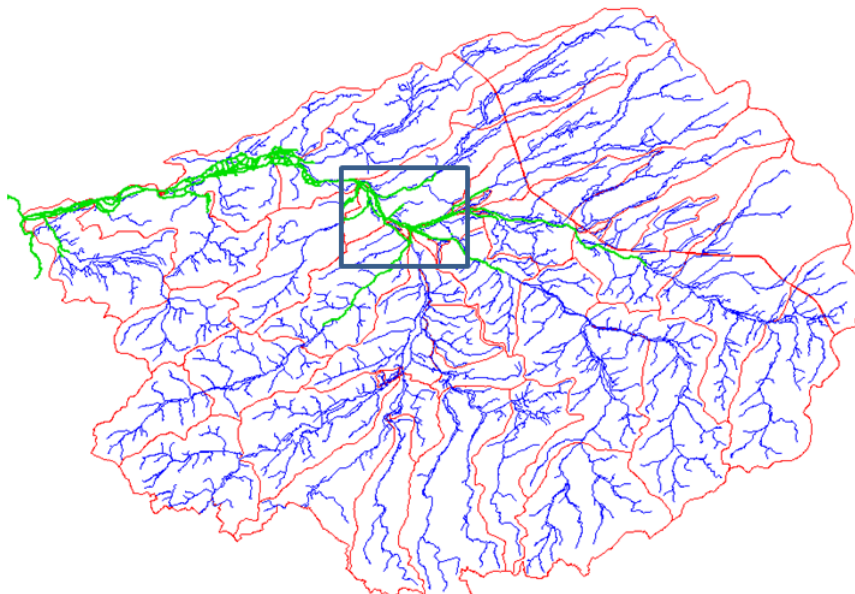
2.1.2.3 Oorzaken en oplossingen

Na de ramp in 1998 heeft men ingezien dat de doorgevoerde normalisering mee aan de basis ligt van de overstromingen. De dijken zorgen er wel voor dat de Demer op die plaatsen niet meer buiten haar oevers treedt, maar ook dat het water in de zijbeken niet langer kan wegstromen via de Demer. Door de opstuwung manifesteren de waterpeilen zich steeds hoger, maar verdwijnen de overstromingen niet. Zonder normalisering zou het aantal overstromingen stroomopwaarts wellicht groter geweest zijn, maar misschien met een lagere kost, zowel financieel als menselijk. Een weiland dat enkele dagen onder water staat is maar een kleine prijs om te voorkomen dat een dorp helemaal blank staat.

Een deel van de oplossing om overstromingen te voorkomen, ligt in het vervangen van de dijken door winterdijken en de Demer opnieuw te laten meanderen. Dit zal ervoor zorgen dat de vallei een grotere hoeveelheid water kan bufferen. Andere oplossingen (die in sectie 1.2.1 reeds aangehaald werden) zijn het herstellen van de natuurlijke overstromingsgebieden (met eventuele capaciteitsuitbreiding), het aanleggen van wachtbekkens, zorgen voor plaatselijke bescherming en een dagelijks computergestuurd beheer van het stroomgebied. In het kader van deze laatste oplossing heeft de VMM een hydraulisch model opgesteld van de Demer, nl. het Operationeel Bekken Model (OBM) van de Demer⁵. In figuur 2.5 komen de groene lijnen overeen met de delen van de Demer die reeds opgenomen zijn in dit model (het blauwe vierkant komt overeen met het studiegebied voor deze masterproef dat besproken wordt in sectie 2.3.2). Deze modellen worden momenteel reeds gebruikt om overstromingen te voorspellen. Deze voorspellingen kunnen nagegaan worden op <http://www.overstromingsvoorspeller.be/>. Met al deze informatie kunnen de hulpdiensten ingelicht worden over de actuele én de voorspelde toestand waardoor ze preventief kunnen optreden [21].

Dit is niet het eindpunt waarvoor deze modellen gebruikt kunnen worden. Binnen de VMM wenst de Afdeling Water een automatische en intelligente techniek te gebruiken voor het real-time sturen van de wachtbekkens, rekening houdend met deze voorspellingen. Om de noodzaak en het nut beter te begrijpen, is het verstandig eerst de huidige regelstructuur van naderbij te bekijken.

⁵Dit eindige elementen model is geïmplementeerd in de InfoWorks RS Software en FloodWorks Software van Wallingford Software Ltd. – <http://www.wallingfordsoftware.com/>



Figuur 2.5: De gemodelleerde rivieren in het Operationeel Bekken Model van de Demer en het studiegebied voor de masterproef.

Om overstromingen langs de Demer te kunnen voorspellen heeft de Vlaamse Milieu Maatschappij een model laten opstellen: het Operationeel Bekken Model van de Demer. De groene lijnen in de figuur komen overeen met de reeds gemodelleerde riviertakken en zijrivieren. Het gebied binnen het blauwe vierkant is het studiegebied van het onderzoek aan de K.U.Leuven en van deze masterproef. Bron: [22]

2.2 De huidige regelstructuur: een geavanceerde drie-standen regelaar

Na de rampen in 1965 en 1966 werd de Demer voorzien van een aantal wachtbekkens. Op verschillende plaatsen werden stuwen en hydraulische structuren met beweegbare poorten geïnstalleerd die o.a. instaan voor het vullen en ledigen van de wachtbekkens. Het aansturen van deze stuwen en hydraulische structuren gebeurt door een “drie-standen regelaar” (*three-position controller*) [23] waarbij een operator manueel kan ingrijpen. Hier zijn een groot aantal nadelen aan verbonden:

1. De huidige regeling gebeurt volgens eenvoudige regels op basis van vaste waak- en alarmpeilen, vulvolgorden en -vulpeilen. Deze regels kunnen het beste voorgesteld worden als een “als-dan structuur”. Zo worden de reservoirs pas gevuld als de waterhoogtes een bepaalde hoogte bereiken. Dit gaat door tot het waterniveau in het reservoir een eerste grens bereikt. Indien daarna de waterniveaus in de rivieren een tweede grens bereiken, worden de reservoirs verder gevuld tot een tweede vastgelegde hoogte. Het nadeel is dat deze regels op voorhand vastgelegd zijn door de operatoren en de beslissingen geen rekening houden met de huidige waterstanden. Hierdoor zijn deze regels zeker niet optimaal en moeten operatoren in de praktijk vaak manueel ingrijpen. Dit introduceert op zijn beurt een ongewenste subjectiviteit waarvan de doeltreffendheid sterkt afhangt van de ervaring van de operator. Zo is het immers zeer moeilijk om in te

schatten wat de invloed is van een verandering van een klep op het waterniveau honderd meter verder stroomafwaarts.

2. Verder wordt enkel rekening gehouden met de gemonitorde waterniveaus op kritische plaatsen langs de Demer. De regelaar houdt geen rekening met neerslagvoorspellingen en de bijhorende stijging in debieten die zich binnen enkele uren kunnen voordoen. De regelaar reageert pas op de gevolgen van de buien wanneer deze zich manifesteren.

Het is niet moeilijk om in te zien dat deze nadelen tot een beperkte performantie leiden. Simulaties met het OBM hebben aangetoond dat de schade van de voorbije overstromingen van de Demer beperkt of zelfs vermeden kon worden indien de stuwen en structuren op een intelligenter en daardoor efficiëntere manier aangestuurd waren [11]. Men mag verwachten dat de efficiëntie verhoogt wanneer de regelaar rekening houdt met de huidige specifieke situatie en de toekomstige condities voor het optimaal gebruik van de wachtbekkens. Omwille van deze nadelen wenst de Afdeling Water van het VMM een techniek te ontwikkelen die de stuwen en hydraulische structuren op een automatische en meest efficiënte manier aanstuurt. Een mogelijke oplossing hiervoor is Model Predictieve Controle.

2.3 MPC en overstromingsbeheersing

2.3.1 Wat is MPC?

Model Predictieve Controle is een regeltechniek die gebruikt wordt in een groot aantal controleapplicaties in verschillende disciplines. Initieel is de techniek ontstaan in de procesindustrie voor het energiezuinig laten draaien van raffinaderijen, maar tegenwoordig wordt deze ook gebruikt in de voedingsindustrie, auto-industrie, lucht- en ruimtevaart [9, 10]. In vergelijking met andere regelstrategieën is MPC een geavanceerde methode die rekening houdt met [12]:

- beperkingen op in- en uitgangen (vb. de fysische limieten op de regelkleppen en overstromingsgrenzen);
- voorspelde waarden voor storingen zoals voorspellingen van de opwaartse neerslagafstromingsdebieten;
- en meervoudige regelobjectieven en prioriteiten.

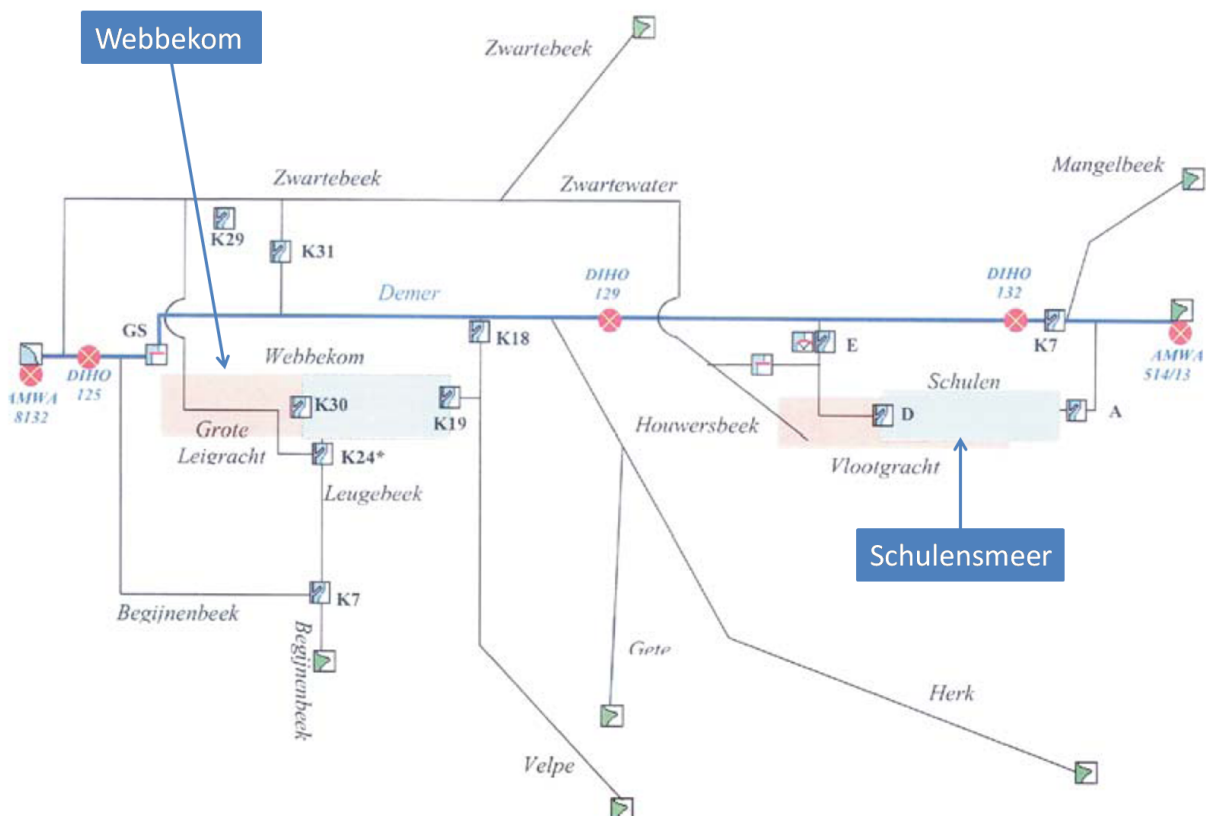
Dit komt omdat MPC op ieder tijdstip de optimale ingangen bepaalt d.m.v. een optimalisatieprobleem. In hoofdstuk 3 wordt dieper ingegaan op deze regeltechniek.

Het grote nadeel van MPC is de rekencomplexiteit die sterk kan toenemen afhankelijk van de toepassing.

Precies omdat rekening gehouden dient te worden met de beperkingen op de in- en uitgangen en met de weersvoorspellingen, is MPC een goede oplossing om overstromingen te beheersen. Daarnaast zorgt de relatief trage dynamica van riviersystemen ervoor dat de beperking op de rekentijd voor de regelaar niet te strikt is. Een bijkomend voordeel t.o.v. de huidige regelstructuur is dat de regelaar rekening houdt met de invloed van elke klepstand op alle waterniveaus. Dit komt omdat MPC werkt met een wiskundig model dat het verband beschrijft tussen de klepstanden en de waterstanden, iets wat voor een operator zeer moeilijk in te schatten is.

2.3.2 Het studiegebied gesitueerd binnen het onderzoek aan de K.U.Leuven

Zoals in de inleiding reeds aangehaald, wordt het onderzoek voor de Afdeling Water naar het gebruik van MPC voor overstromingsbeheersing voor de Demer uitgevoerd door de K.U.Leuven (Afdelingen Hydraulica en SISTA). Dit onderzoek richt zich op het deel van het Demerbekken binnen het vierkant in figuur 2.5. Dit gebied omvat de wachtbekkens Webbekom en Schulensmeer. In figuur 2.6 is het schematische overzicht te zien van de OBM-Demer van de VMM met het waterloppennetwerk, de wachtbekkens en de regelstructuren. Om de rekentijden te beperken, wordt in dit onderzoek niet gewerkt met dit hydrodynamische model voor dit gebied, maar met een vereenvoudigd conceptueel model. Dit model wordt uitvoeriger toegelicht in sectie 4.2.1.



Figuur 2.6: Schematische voorstelling van de OBM-Demer binnen het studiegebied van het rivierennetwerk, de wachtbekkens en de hydraulische regelstructuren in de omgeving van Schulensmeer en Webbekom.

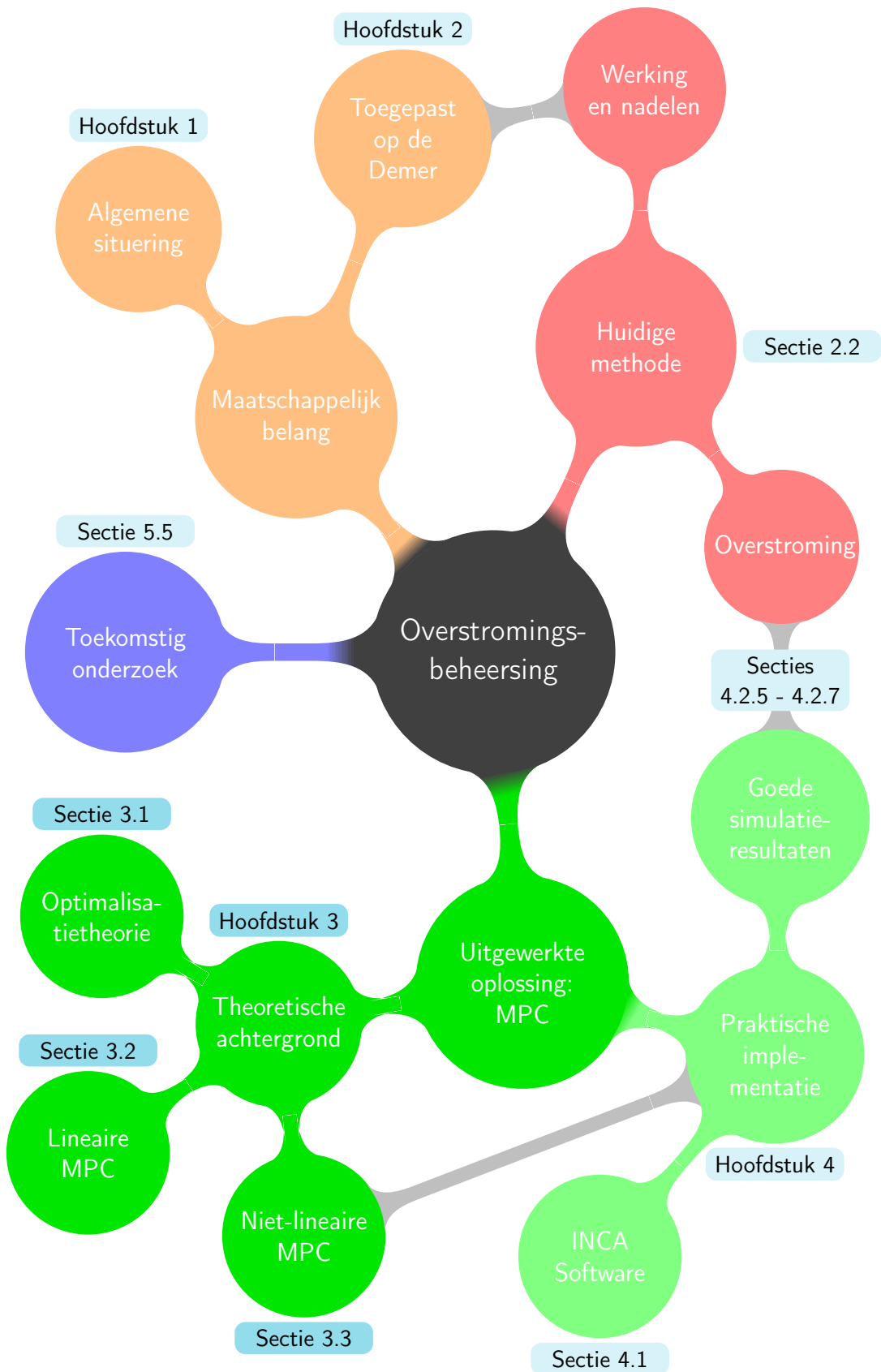
Het wachtbekken Schulensmeer wordt gevuld en geledigd d.m.v. de hydraulische structuren A, D, E en K7, het wachtbekken Webbekom via K7, K18, K19, K24* en K30. In dit model is de toevoer van (regen)water door verschillende zijrivieren (Zwartebeek, Mangelbeek, Gete, Herk, ...) gemodelleerd. De rode cirkels komen overeen met hydrometrische stations beheerd door de dienst Hydrologisch Onderzoek (DIHO) en de Afdeling Water van het VMM (AMWA). Bron: [12, 20]

2.3.3 Specifieke moeilijkheden

In tegenstelling tot de andere domeinen waar MPC succesvol toegepast wordt, zorgt het gebruik van MPC voor overstromingsbeheersing bij een rivier netwerk voor enkele specifieke moeilijkheden [12]:

- De dynamica van het systeem reageert sterk niet-lineair op zware neerslag. Doordat de zware neerslag de volledige niet-lineaire dynamica van het systeem exciteert, kan niet gewerkt worden met een lineair afgeleid model. Het is van cruciaal belang dat de regelaar rekening houdt met de niet-lineaire dynamica.
- Het systeem is sterk tijdsvariabel: de toestand van het systeem varieert zeer sterk in de tijd. Hierdoor is er geen vast werkingspunt.
De oplossing voor de hiervoor aangehaalde moeilijkheden wordt besproken in sectie 3.3.
- In bepaalde situaties is het debiet over een klep onafhankelijk van de klepstand zelf. Dit wordt een oncontroleerbare klep genoemd omdat de regelaar de klep (lokaal) niet meer kan gebruiken om de uitgangen te controleren. In deze situaties verliest de regelaar een vrijheidsgraad.
Hier wordt dieper op ingegaan in sectie 4.2.4.
- De regelobjectieven en beperkingen zijn situatiegebonden. Naargelang de grootte van de storingen is de focus gericht op het sturen van de uitgangen naar referentiewaarden of op het voorkomen van overstromingen.
Dit wordt uitgebreider behandeld in sectie 4.2.3.
- Het grote aantal variabelen heeft een grote invloed op de rekentijd en het geheugengebruik. Ondanks deze zaken mag de berekening van optimale klepstanden niet langer dan 15 min duren zoals opgelegd door de lokale wateradministratie.

Bij de implementatie van MPC wordt met deze moeilijkheidsfactoren rekening gehouden.



Hoofdstuk 3

Model Predictieve Controle

Initieel werd Model Predictieve Controle ontwikkeld in de industrie om elektriciteitscentrales en petroleumraffinaderijen energiezuiniger te laten opereren en tegelijkertijd te voldoen aan de steeds strenger wordende milieuwetgevingen en kwaliteits- en veiligheidsvoorschriften. Tegenwoordig is MPC één van de meest geavanceerde technieken die in de praktijk succesvol toegepast wordt in zeer uiteenlopende industrietakken, zoals de chemische sector, voedingsindustrie, auto-industrie, lucht- en ruimtevaart [9].

De term Model Predictieve Controle verwijst niet naar een specifieke controlestrategie, maar wel naar een verzameling van regeltechnieken die expliciet gebruik maken van een procesmodel om de toekomstige respons van een proces te voorspellen en te optimaliseren binnen een bepaald tijdsvenster. Op elk tijdstip wordt online een optimalisatieprobleem opgelost voor het bepalen van de optimale ingangssequentie over dat tijdsvenster. Van deze optimale sequentie wordt enkel de eerste controleactie aangelegd aan het proces. Vervolgens worden nieuwe metingen en observaties uitgevoerd en wordt de hele berekening herhaald met deze nieuwe informatie.

Omdat MPC op ieder tijdstip een optimalisatieprobleem moet oplossen, worden de benodigde en relevante zaken uit de (numerieke) optimalisatietheorie in sectie 3.1 besproken. Hierbij wordt vooral de nadruk gelegd op convexiteit en het oplossen van kwadratische optimalisatieproblemen.

In sectie 3.2 worden de theorie, de concepten en de basiscomponenten van MPC besproken in situaties waar het procesmodel lineair is. Dit lijkt een grote vereenvoudiging van de realiteit. In de praktijk geeft dit toch zeer goede resultaten, vooral in die toepassingen waarbij de uitgangen rond een vaste referentiewaarde moeten blijven. Er valt ook aan te stippen dat de meeste niet-lineaire MPC-strategieën gebaseerd zijn op de lineaire MPC.

Voor overstromingsbeheersing is de niet-lineaire dynamica van de Demer evenwel niet verwaarloosbaar. Daarom moet de MPC regelaar ontwikkeld worden op basis van niet-lineaire modellen. We bevinden ons dan in het domein van de niet-lineaire MPC (NMPC). De gevolgen van niet-lineaire dynamica en bijhorende oplossingen worden besproken in sectie 3.3.

3.1 Optimalisatietheorie

Dit deelhoofdstuk legt zich toe op de theorie achter convexe (sectie 3.1.1), kwadratische (sectie 3.1.2) en niet-lineaire (sectie 3.1.3) optimalisatieproblemen. Deze secties veronderstellen een zekere basiskennis bij de lezer met betrekking tot optimalisatietheorie en bouwen verder op de begrippen, definities en theorema's uit bijlage A.

De hierna opgenomen secties zijn voor een groot deel gebaseerd op [24] en [25].

3.1.1 Convexe optimalisatieproblemen

Het algemene optimalisatieprobleem heeft volgende vorm

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \text{ met } \begin{cases} g_i(\mathbf{x}) = 0, & i \in \mathcal{E}, \\ h_j(\mathbf{x}) \geq 0, & j \in \mathcal{I}, \end{cases} \quad (3.1)$$

met $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en met \mathcal{E} en \mathcal{I} de verzamelingen van indices van resp. de gelijkheids- en ongelijkheidsbeperkingen. Convexe optimalisatieproblemen vormen een speciale klasse van dit algemene optimalisatieprobleem en worden als volgt gedefinieerd:

Definitie 3.1 Een *convex optimalisatieprobleem* bestaat uit:

- een convexe doelfunctie f ;
- lineaire gelijkheidsbeperkingen $g_i(\mathbf{x})$, $i \in \mathcal{E}$;
- en convexe ongelijkheidsbeperkingen $h_j(\mathbf{x})$, $j \in \mathcal{I}$.

Het belang van convexiteit wordt aangetoond door het volgende theorema:

Theorema 3.1 Bij convexe optimalisatieproblemen geldt dat elk **lokaal** optimum ook een **globaal** optimum is.

Uit dit theorema kan afgeleid worden dat convexe optimalisatieproblemen met een eindig aantal oplossingen slechts één uniek optimum bevatten. M.a.w. algoritmen die enkel gegarandeerd convergeren naar een lokale oplossing maar niet naar de globale oplossing, zullen in het geval van deze convexe optimalisatieproblemen met 100 % zekerheid de globale oplossing vinden. Daarom wordt in de praktijk vaak geadviseerd om te werken met een convex optimalisatieprobleem.

3.1.2 Kwadratische optimalisatieproblemen

Kwadratische optimalisatieproblemen (QP, *Quadratic Programming*) vormen een belangrijke deelverzameling van het algemene optimalisatieprobleem (3.1). Ze komen overeen met de volgende formule:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} & \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T H \mathbf{x} \\ \text{met} & \quad A \mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ & \quad C \mathbf{x} \geq \mathbf{d}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

waarbij $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ (de Hessiaan), $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^p$, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ en $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^q$. Onder bepaalde voorwaarden behoort een QP tot de klasse van de convexe optimalisatieproblemen:

Theorema 3.2 Een QP is een *convex optimalisatieprobleem* (def. 3.1) \Leftrightarrow de matrix $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ is *positief semidefiniet* ($\forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x}^T H \mathbf{x} \geq 0$).

De methodes beschreven in [24] voor het oplossen van (convexe) QP's zijn gebaseerd op de KKT-condities (Theorema A.2 op pagina 98) en gaan op zoek naar het tripel $(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*)$ dat voldoet aan de KKT-voorwaarden voor (3.2):

$$\begin{aligned} H\mathbf{x}^* + \mathbf{c} - A^T \boldsymbol{\lambda}^* - C^T \boldsymbol{\mu}^* &= 0, \\ A\mathbf{x}^* - \mathbf{b} &= 0, \\ C\mathbf{x}^* - \mathbf{d} &\geq 0, \\ \boldsymbol{\mu}^* &\geq 0, \\ (C\mathbf{x}^* - \mathbf{d})_i \mu_i &= 0, i \in \{1, \dots, q\}. \end{aligned}$$

Bestaande algoritmen zijn:

- a) *active set methods*;
- b) *interior point methods*;
- c) en multiparametrisch kwadratisch programmeren.

Het principe achter de algoritmen zal uitsluitend voor de eerste methode toegelicht worden. Meer informatie over de andere methoden en een gedetailleerdere beschrijving kunnen gevonden worden in [10, 24].

Om de grondslag achter de *active set methods* uit te leggen, is het voorafgaandelijk nodig om het volgende lemma in te voeren. Dit komt neer op het herschrijven van de KKT-condities:

Lemma 3.1 \mathbf{x}^* is een globaal minimum van het convexe QP als en slechts als er een indexverzameling $\mathbb{A} \subseteq \{1, \dots, m\}$ en vectoren $\boldsymbol{\mu}_{\mathbb{A}}^*$ en $\boldsymbol{\lambda}^*$ bestaan waarbij

$$\begin{cases} H\mathbf{x}^* + \mathbf{c} - A^T \boldsymbol{\lambda}^* - C_{\mathbb{A}}^T \boldsymbol{\mu}_{\mathbb{A}}^* &= 0, \\ A\mathbf{x}^* - \mathbf{b} &= 0, \\ C_{\mathbb{A}} \mathbf{x}^* - \mathbf{d}_{\mathbb{A}} &= 0, \end{cases} \quad (3.3)$$

$$\begin{cases} C_{\mathbb{I}} \mathbf{x}^* - \mathbf{d}_{\mathbb{I}} &\geq 0, \\ \boldsymbol{\mu}_{\mathbb{A}}^* &\geq 0, \end{cases} \quad (3.4)$$

met $\mathbb{I} = \{1, \dots, m\} \setminus \mathbb{A}$ en $C = \begin{pmatrix} C_{\mathbb{A}} \\ C_{\mathbb{I}} \end{pmatrix}$ na rijsortering.

Het algoritme vertrekt van een verzameling \mathbb{A} (wat een ‘gok’ voorstelt van de actieve verzameling \mathcal{A}) en lost hiervoor het lineaire stelsel (3.3) op. Dit komt feitelijk overeen met het oplossen van een optimalisatieprobleem met uitsluitend gelijkheidsbeperkingen:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} \quad & \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T H \mathbf{x} \\ \text{met} \quad & A\mathbf{x} = \mathbf{b}, \\ & C_{\mathbb{A}} \mathbf{x} = \mathbf{d}_{\mathbb{A}}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Voor de gevonden oplossing moet dan nagekeken worden of deze voldoet aan (3.4). Indien dit het geval is, is meteen de (globale) oplossing van het QP gevonden. In het andere geval moet de verzameling \mathbb{A} aangepast worden en moeten voor deze nieuwe verzameling dezelfde stappen opnieuw doorlopen worden.

3.1.3 Niet-lineaire optimalisatieproblemen

De vorige sectie behandelde optimalisatieproblemen met een zeer specifieke vorm. In de praktijk komen echter ook meer algemene optimalisatieproblemen voor waarbij de doelfunctie geen kwadratische functie is en/of de beperkingen niet-lineair zijn, nl. de niet-lineaire optimalisatieproblemen (NLP). Ook hiervoor zijn in de literatuur uiteenlopende methodieken beschreven.

Eén van de meest effectieve methoden voor het oplossen van niet-lineaire optimalisatieproblemen met beperkingen is Sequentieel Kwadratisch Programmeren (SQP, *Sequential Quadratic Programming*). SQP wil het algemene optimalisatieprobleem (3.1) iteratief oplossen door het probleem voor de huidige iteratie \mathbf{x}_k te benaderen met een QP. Op basis van de oplossing van dit QP wordt een nieuwe schatting \mathbf{x}_{k+1} gemaakt. Het QP dat in elke iteratiestap k opgelost moet worden, is van de vorm

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^n} \quad & f_k + \nabla f_k^T \mathbf{p} + \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}_k \mathbf{p} \\ \text{met} \quad & \nabla g_i(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{p} + g_i(\mathbf{x}_k) = 0, \quad i \in \mathcal{E}, \\ & \nabla h_j(\mathbf{x}_k)^T \mathbf{p} + h_j(\mathbf{x}_k) \geq 0, \quad j \in \mathcal{I}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

waarbij $f_k = f(\mathbf{x}_k)$, $\nabla f_k = \nabla f(\mathbf{x}_k)$, $\nabla_{xx}^2 \mathcal{L}_k = \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \boldsymbol{\mu}_k)$ met $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda} - h(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\mu}$. Dit QP kan opgelost worden met o.a. de *active set method* besproken in de vorige sectie. Het nieuwe triplet voor iteratie $k + 1$ wordt gegeven door $(\mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k, \boldsymbol{\lambda}_{k+1}, \boldsymbol{\mu}_{k+1})$ waarbij \mathbf{p}_k de oplossing is van (3.6) en $\boldsymbol{\lambda}_{k+1}$ en $\boldsymbol{\mu}_{k+1}$ de bijhorende Lagrangevermenigvuldigers zijn. De pseudocode voor SQP staat in algoritme 3.1. In de praktijk worden verschillende testen gebruikt voor het controleren op convergentie. Een mogelijke test is het controleren van de KKT-condities voor het triplet $(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \boldsymbol{\mu}_k)$.

Algoritme 3.1: Pseudocode voor het SQP-algoritme voor het oplossen van niet-lineaire optimalisatieproblemen.

- 1 kies initieel triplet $(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\lambda}_0, \boldsymbol{\mu}_0)$;
 - 2 zet $k \leftarrow 0$;
 - 3 **while** geen convergentie **do**
 - 4 evalueer $f_k, \nabla f_k, \nabla_{xx}^2 \mathcal{L}_k, \nabla g_i(\mathbf{x}_k), g_i(\mathbf{x}_k), \nabla h_i(\mathbf{x}_k)$ en $h_i(\mathbf{x}_k)$;
 - 5 los het QP (3.6) op $\rightarrow (\mathbf{p}_k, \boldsymbol{\lambda}_{k+1}, \boldsymbol{\mu}_{k+1})$;
 - 6 zet $\mathbf{x}_{k+1} \leftarrow \mathbf{x}_k + \mathbf{p}_k$;
 - 7 $k \leftarrow k + 1$;
 - 8 **end**
-

In de praktijk wordt dit basisalgoritme nog verder uitgebreid om tot praktische SQP-algoritmen te komen. Een belangrijke uitbreiding is bijvoorbeeld het toevoegen van een beperking op de grootte van p ($\|p\| \leq \Delta_k$). Dit is nodig omdat het QP in iedere iteratie slechts een benadering

is van het NLP waarbij de afgeleide doelfunctie en beperkingen enkel een voldoende nauwkeurige benadering vormen in een beperkt gebied (een *trust region*) rond x_k . In de literatuur staan verschillende strategieën beschreven om deze Δ_k te vergroten en te verkleinen tussen de iteraties.

3.2 Lineaire MPC

Lineaire MPC is een regeltechniek die in de praktijk succesvol toegepast wordt in de meest uiteenlopende industrieën. Het is echter ook een techniek die iedereen in zijn dagelijkse leven gebruikt. Zo vertoont het gedrag van een autobestuurder zeer sterke gelijkenissen met de filosofie achter MPC en zijn de verschillende basiscomponenten hierin terug te vinden. Bij het behandelen van de basiscomponenten in de komende deelhoofdstukken zal ter verduidelijking het verband met dit voorbeeld toegelicht worden.

Globaal gezien bestaat MPC uit de volgende vier basissenmerken:

1. de afhankelijkheid van de regelactie aan het voorspelde regelgedrag;
2. het gebruik van een procesmodel voor het voorspellen van de procesuitgangen;
3. het zoeken naar die controlesequentie die een zekere (voorspelde) performantiemaat optimaliseert rekening houdend met beperkingen op de in- en uitgangen;
4. en een schuivende horizon: de controlesequentie wordt aangepast bij elke tijdstap.

Deze vier basissenmerken vertalen zich in drie basiscomponenten die in elke MPC regelaar terug te vinden zijn: het model voor het voorspellen van de uitgangen (sectie 3.2.1), het (schuivende) tijdsvenster waarover de optimale ingangssequentie gezocht wordt (sectie 3.2.2) en het optimalisatieprobleem (sectie 3.2.3) dat op ieder tijdstip opgelost moet worden. Het model en het optimalisatieprobleem worden hier toegespitst op de processen die voldoende nauwkeurig benaderd kunnen worden door lineaire modellen. De invloed en de behandeling van processen met een sterke niet-lineaire dynamica worden besproken in sectie 3.3.

De deelhoofdstukken zijn in ruime mate gebaseerd op [10].

3.2.1 Het model

In contrast tot de meeste controletechnieken houdt MPC expliciet rekening met de toekomstige implicatie van de huidige controleacties. Daarnaast wordt de ingangssequentie bepaald door het oplossen van een optimalisatieprobleem (zie sectie 3.2.3). Om de invloed van de ingangen op de uitgangen te kunnen inschatten, maakt MPC gebruik van een model. Het zoeken naar een geschikt model is bijgevolg dé eerste stap in de ontwikkeling van een MPC-applicatie [26].

3.2.1.1 Modelklassen

Voor het voorspellen van de toekomstige implicaties ten gevolge van de huidige controleacties wordt gebruik gemaakt van een wiskundig model dat het gedrag van de uitgangen beschrijft i.f.v. de huidige toestanden en ingangen. In de praktijk komen bijna uitsluitend niet-lineaire tijdsvariante systemen in discrete of continue tijd voor. Deze worden echter vaak benaderd

door lineaire tijdsinvariante systemen in discrete of continue tijd. In de literatuur wordt deze benaderingsfout ook wel “*plant-model mismatch*” genoemd. Ondanks de benadering met deze modellen worden vaak goede resultaten bereikt. Bij industriële processen is het bijvoorbeeld de bedoeling om de processen rond een vast evenwichtspunt te laten opereren. Een gelijneariseerd model rond dit evenwichtspunt is dan meestal voldoende om goede resultaten te bekomen. Een voorbeeld van een lineair tijdsinvariant model is het **toestandsruimtemodel**:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k, \\ \mathbf{y}_k &= C\mathbf{x}_k + D\mathbf{u}_k. \end{cases} \quad (3.7)$$

De toestand \mathbf{x}_k komt overeen met een samenvatting van het verleden van het systeem op tijdstip k . Omdat deze masterproef enkel met het toestandsruimtemodel werkt, zullen andere vormen van lineaire modellen zoals het ARMAX model of het Box-Jenkins model hier niet behandeld worden. Informatie over deze modellen kan evenwel gevonden worden in [27].

Het toestandsruimtemodel kan verder uitgebreid worden met het toevoegen van storingangen zoals o.a. opwaartse neerslagafstromingsdebieten. Door voorspellingen van deze storingangen over de tijdshorizon in rekening te brengen bij het zoeken naar de optimale ingangssequentie, kan de regelaar op voorhand reageren op toekomstige stortbuien. Dit leidt tot betere resultaten dan wanneer er pas zou gereageerd worden als de buien zich manifesteren. Uitbreiding van het lineaire toestandsruimtemodel (3.7) geeft:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k + V\mathbf{d}_k, \\ \mathbf{y}_k &= C\mathbf{x}_k + D\mathbf{u}_k + W\mathbf{d}_k. \end{cases} \quad (3.8)$$

3.2.1.2 Systeemidentificatie en -modellering

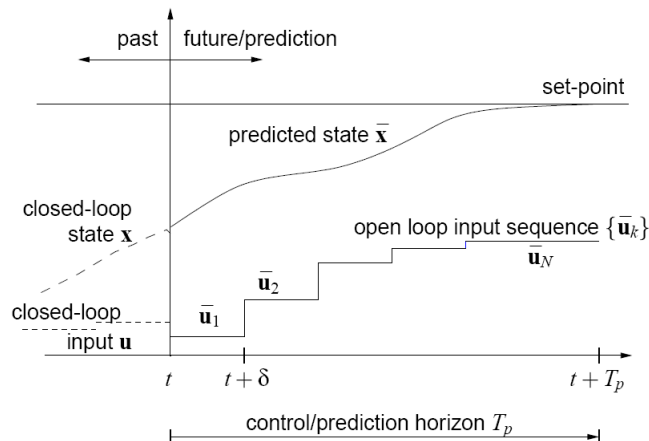
Modellen kunnen op verschillende manieren opgebouwd worden. De twee uiterste categorieën zijn [27, 28]:

- **fysische** modellen: Dit zijn modellen bekomen door het toepassen van wetten uit de fysica, chemie, thermodynamica, stromingsleer, ... om te komen tot modellen opgebouwd met gewone of partiële differentiaalvergelijkingen.
- **blackbox** modellen: Op basis van ingangs- en uitgangsdata worden de parameters van een vooropgesteld model afgeschat. Mogelijke modellen zijn neurale netwerken, ARMAX modellen, enz.

De manier van systeemidentificatie en -modellering is hiervan sterk afhankelijk. Voor rivieren bestaan fysische modellen die de rivierdynamica nauwkeurig beschrijven [13, 29]. In deze masterproef wordt op deze modellen verder gebouwd.

3.2.2 Het schuivende tijdsvenster

Een belangrijk aspect van MPC is het tijdsvenster waarover gekeken wordt in de toekomst. In figuur 3.1 komt de lengte van dit tijdsvenster overeen met T_P . Over dit tijdsvenster zal bij het optimalisatieprobleem gekeken worden naar de invloed van de ingangen en storingangen op de uitgangen. De figuur vermeldt ook nog een andere horizon: de controlehorizon. Dit is de horizon waarover de ingangen mogen variëren. Op het einde van de controlehorizon worden



Figuur 3.1: MPC gaat op zoek naar de optimale ingangssequentie over de predictiehorizon T_p . Over deze horizon zal de regelaar proberen de voorspelde uitgangen en toestanden zo dicht mogelijk bij de gewenste waarden te brengen. Een tweede horizon is de controlehorizon. Dit is de tijdspanne waarover de regelaar de ingangen mag bewegen. Buiten deze horizon worden de ingangen constant verondersteld. In deze masterproef worden beide horizonnen even groot genomen (lengte N). Bron: [30]

de ingangen constant verondersteld. In heel hoofdstuk 3 en 4 zal aangenomen worden dat beide tijdsvensters even groot zijn met lengte N . Een andere wezenlijke eigenschap van dit tijdsvenster is dat het **opschuift naarmate de tijd verstrijkt**. Voor een beter begrip wordt verwezen naar het voorbeeld van de autobestuurder. De bestuurder kijkt al rijdend enkele tientallen meters voor de auto uit om te zien wat de staat is van de weg, waar er tegenliggers zijn, enz. Tijdens het rijden beweegt dit gezichtsveld (of horizon) steeds mee met de auto. Op basis van de nieuwe informatie die de bestuurder hierdoor in zich opneemt, stuurt hij zijn rijgedrag continu bij.

Het tijdsvenster wordt op een analoge wijze toegepast bij MPC. Over dit venster wordt de optimale ingangssequentie bepaald rekening houdend met de voorspelde invloed van de ingangen en de storingen op de uitgangen d.m.v. een model. De eerste waarde van deze sequentie wordt aangelegd aan het proces. Vervolgens schuift het tijdsvenster één tijdstap op, worden nieuwe metingen uitgevoerd en wordt de procedure herhaald. D.m.v. deze **terugkoppeling** wordt continu rekening gehouden met onvoorspelde veranderingen aan de uitgangen die het gevolg zijn van verstoring en modelfouten.

De **duurtijd** van het tijdsvenster, cfr. variabele N , is uitermate bepalend voor de resultaten. Het venster mag niet te groot zijn. De rekencomplexiteit en bijgevolg de rekestijd nodig voor het berekenen van de optimale ingangssequentie stijgt namelijk met de lengte van het venster. Daarnaast mag de horizon ook niet te klein genomen worden. Het venster moet zeker groter zijn dan de insteltijd (*settling time*) van het systeem om de belangrijkste dynamica van het model niet te verwaarlozen. Naar analogie zal de autobestuurder bvb. zijn “vooruit”-blik afstemmen op de snelheid van het voertuig en de daarbij behorende minimale remafstand.

Een laatste belangrijke troef van het schuivende tijdsvenster is dat MPC rekening kan houden met de voorspelde **toekomstige storingen** over de hele horizon. Zo zal de regelaar van de Demer op voorhand en preventief kunnen reageren op grote regenbuien vooraleer deze zich

voordoen en hierdoor onheil voorkomen. Dit is sterk verschillend van klassieke regelschema's, zoals PID-regelaars, waar regelacties genomen worden op basis van het verleden. Toegepast op het voorbeeld van de auto komt dit neer op het besturen van de auto op basis van de achteruitkijkspiegel: indien de weg een bocht maakt, zal de bestuurder pas reageren na de bocht met catastrofale gevolgen [26].

3.2.3 Het optimalisatieprobleem

3.2.3.1 De doelfunctie

Onafhankelijk van de gebruikte regelstrategie is het steeds de bedoeling om het proces of systeem zo optimaal mogelijk te regelen. Belangrijk hierbij is natuurlijk wat precies onder "optimaal gedrag" verstaan wordt. Optimaliteit verschilt van voorbeeld tot voorbeeld:

- Voor een chemische installatie kan optimaal gedrag overeenkomen met het sturen van chemische producten naar een bepaalde specifieke referentiesamenstelling. Daarnaast is het ook van belang om de temperatuur rond een referentiewaarde te houden en tegelijkertijd het energie- en grondstofverbruik zo laag mogelijk te houden.
- Bij het sturen van de sluizen van de Demer is het de bedoeling om de afwijkingen van de verschillende waterhoogtes t.o.v. de referentiewaarden te minimaliseren (rekening houdend met de neerslagvoorspellingen). Daarenboven mogen de kleppen ook niet te veel bewegen.
- Bij het voorbeeld van de autobestuurder komt optimaliteit overeen met het overbruggen van de afstand tussen twee punten in een zo kort mogelijke tijd in combinatie met een zo laag mogelijk brandstofverbruik.

Wiskundig gezien komt het gewenste gedrag overeen met het minimaliseren van een doelfunctie over de ingangssequentie \mathbf{u} . Deze doelfunctie is verder nog afhankelijk van de uitgangen \mathbf{y} en de referentiesignalen van de ingangen (\mathbf{u}^{ref}) en de uitgangen (\mathbf{y}^{ref}). In het meest algemene geval komt het optimalisatieprobleem (voorlopig zonder beperkingen) neer op:

$$\min_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{N-1}, \mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_{N-1}, \mathbf{u}_0^{ref}, \dots, \mathbf{u}_{N-1}^{ref}, \mathbf{y}_0^{ref}, \dots, \mathbf{y}_{N-1}^{ref}), \quad (3.9)$$

met f een scalaire functie en N de lengte van het tijdshorizon.

Zoals aangehaald in theorema 3.1 op pagina 18 is convexiteit een belangrijke eigenschap van een optimalisatieprobleem. De algemene doelfunctie in (3.9) is echter niet noodzakelijk convex waardoor niet voldaan is aan één van de drie voorwaarden in de definitie van een convex optimalisatieprobleem (definitie 3.1 op pagina 18). Deze optimalisatieproblemen kunnen opgelost worden met de SQP-methode uit sectie 3.1.3. Hierbij wordt de doelfunctie meestal benaderd door een kwadratische convexe doelfunctie van de volgende vorm:

$$f_{SQP}(\dots) = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \|\mathbf{y}_i^{ref} - \mathbf{y}_i\|_Q^2 + \|\mathbf{u}_i^{ref} - \mathbf{u}_i\|_R^2 + \|\Delta \mathbf{u}_i\|_S^2 \right\}, \quad (3.10)$$

waarbij de matrices Q , R en S positief definitief zijn. Deze matrices dienen afgesteld te worden in functie van de toepassing. Zo is het voor het regelen van de Demer vooral van belang dat bepaalde uitgangen \mathbf{y} (de waterhoogten) dicht in de buurt blijven van hun referentiewaarden. Bijgevolg zullen de elementen voor Q een vele hogere waarde hebben dan voor R en S .

3.2.3.2 De beperkingen

Een groot voordeel van MPC is dat de regelaar actief rekening houdt met beperkingen op de in- en uitgangen tijdens het oplossen van het optimalisatieprobleem. Dit heeft een positieve invloed op de performantie in tegenstelling tot andere methoden waar de ingangen gesaturiseerd moeten worden tot het toelaatbare gebied. In de praktijk zijn verschillende soorten van beperkingen te vinden:

- Boven- en ondergrenzen op de ingangen: $\underline{u} \leq u \leq \bar{u}$. Deze kunnen opgelegd worden uit fysische overwegingen (een klep kan bijvoorbeeld niet voor 110% open staan) of uit veiligheidsoverwegingen.
- Beperkingen op de ingangsveranderingen: $\Delta u \leq \Delta u \leq \Delta \bar{u}$. Een klep kan bijvoorbeeld maar over een eindige afstand variëren binnen één tijdstap. Zo kan een klep bij de Demer slechts over 0.1 m bewegen per uur.
- Boven- en ondergrenzen op de uitgangen: $\underline{y} \leq y \leq \bar{y}$. Voor de Demer komen bepaalde bovengrenzen overeen met overstromingsgrenzen.
- Beperkingen op de toestand: $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$. Deze toestanden kunnen een fysische betekenis hebben en bijgevolg ook fysische limieten hebben. Daarnaast kunnen ook grenzen opgelegd worden uit veiligheidsoverwegingen.

In het voorbeeld van de autobestuurder zijn de beperkingen aanwezig om op de baan te blijven en geen verkeersovertredingen te begaan. Daarnaast bestaan fysische limieten op de toevoer van benzine naar de motor.

De beperkingen kunnen onderverdeeld worden in twee categorieën:

- **hard:** dit zijn beperkingen waaraan de variabelen zeker moeten voldoen, bijvoorbeeld de fysische limieten op kleppen.
- **zacht:** indien mogelijk moet aan deze beperkingen voldaan zijn. Indien de beperkingen echter te strikt zijn en voorkomen dat het optimalisatieprobleem een oplossing heeft, dan mogen deze zachte beperkingen gerelaxeerd worden ten koste van een verhoging van de waarde van de doelfunctie. Binnen de zachte beperkingen is het nog mogelijk om te rangschikken naar volgorde van belangrijkheid. Zo zullen de zachte beperkingen die het minst prioritair zijn eerst gerelaxeerd worden.

3.2.3.3 Het inbrengen van de modelvergelijkingen

De modelvergelijkingen van het toestandsruimtemodel kunnen gezien worden als extra gelijkheidsbeperkingen voor het optimalisatieprobleem waaraan de uitgangen en toestanden moeten voldoen. Deze beperkingen kunnen echter ook vermeden worden door toekomstige uitgangen en toestanden te schrijven i.f.v. de begintoestand en onbekende ingangen:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{y}_0 &= C\mathbf{x}_0 + D\mathbf{u}_0 + W\mathbf{d}_0, \\
 \mathbf{y}_1 &= C\mathbf{x}_1 + D\mathbf{u}_1 + W\mathbf{d}_1 \\
 &= CA\mathbf{x}_0 + CB\mathbf{u}_0 + D\mathbf{u}_1 + CV\mathbf{d}_0 + W\mathbf{d}_1, \\
 &\vdots
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

De uitgangen over de volledige horizon kunnen dan als volgt geschreven worden:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \dots \\ \mathbf{y}_{N-1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix} \mathbf{x}_0 + \begin{bmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}B & CA^{N-1}B & \dots & CB & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \\ \dots \\ \mathbf{u}_{N-1} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} W & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CV & W & 0 & \dots & 0 \\ CAV & CV & W & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N-2}V & CA^{N-1}V & \dots & CV & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_0 \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \dots \\ \mathbf{d}_{N-1} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Dit kan omgevormd worden naar de volgende kortere vorm:

$$\mathbf{y}_P = G\mathbf{x}_0 + H\mathbf{u}_P + J\mathbf{d}_P. \tag{3.13}$$

Het voordeel van deze werkwijze is het kleiner aantal onbekenden (de toestanden zijn immers uit het probleem geëlimineerd). Deze methode heeft het nadeel dat opeenvolgende machten van de matrix A een negatieve invloed kunnen hebben op de conditionering van het QP.

3.2.3.4 Het kwadratisch optimalisatieprobleem

Het samenbrengen van de besproken doelfunctie, de verschillende beperkingen en de modelvergelijkingen leidt tot het oplossen van het volgende QP:

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{u}_P \in \mathbb{R}^{n_u \cdot N}} & \|\mathbf{y}_P(\mathbf{u}_P) - \mathbf{y}_P^{ref}\|_Q^2 + \|\mathbf{u}_P - \mathbf{u}_P^{ref}\|_R^2 + \|\Delta\mathbf{u}_P\|_S^2 \\
 \text{met} & \quad \underline{\mathbf{u}} \leq \mathbf{u}_j \leq \bar{\mathbf{u}}, j \in \{0 \dots N-1\}, \\
 & \quad \Delta\underline{\mathbf{u}} \leq \Delta\mathbf{u}_j \leq \Delta\bar{\mathbf{u}}, j \in \{0 \dots N-1\}, \\
 & \quad \underline{\mathbf{y}} \leq \mathbf{y}_j \leq \bar{\mathbf{y}}, j \in \{0 \dots N-1\}, \\
 & \quad \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x}_j \leq \bar{\mathbf{x}}, j \in \{0 \dots N-1\}.
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

Indien de matrices Q , R en S positief definitief zijn, is dit een convex QP en heeft dit bijgevolg één oplossing. Deze oplossing kan gevonden worden met de methoden uit sectie 3.1.2. Het is cruciaal dat de algoritmen gegarandeerd convergeren naar de oplossing van het QP in een tijdspanne korter dan het bemonsteringsinterval, zeker voor processen met een groot aantal variabelen.

3.3 Niet-lineaire MPC

Tot nu toe was het procesmodel lineair. Er bestaan echter situaties waarvoor een lineaire benadering niet voldoende is (sectie 3.3.1) en gewerkt moet worden met niet-lineaire modellen. In deze situaties spreekt men van niet-lineaire Model Predictieve Controle (*nonlinear Model Predictive Control*, NMPC). In de praktijk bestaan verschillende soorten van niet-lineaire modellen (sectie 3.3.2). Sectie 3.3.3 beschrijft de gevolgen van de niet-lineaire dynamica op het optimalisatieprobleem en enkele manieren om deze problemen op te lossen.

De informatie in de komende deelhoofdstukken is voor een groot deel gebaseerd op [26, 31].

3.3.1 Waarom niet-lineaire modellen?

Ook al hebben industriële processen in het algemeen een niet-lineaire dynamiek, toch zijn de meeste MPC-applicaties gebaseerd op het gebruik van lineaire modellen. Dit komt omdat de identificatie van lineaire modellen gebaseerd op procesdata relatief eenvoudig is. Verder leiden lineaire modellen tot goede resultaten indien het proces in de buurt van een vast werkingpunt blijft. Omdat het in de procesindustrie vaak het doel is om het proces rond een stationaire toestand te houden, is een lineair model vaak voldoende accuraat. Daarnaast geeft een lineair model in combinatie met een kwadratische doelfunctie aanleiding tot een QP waarvoor goede oplossingsmethoden bestaan.

Er bestaan echter situaties waarvoor een lineaire benadering niet voldoende is, bijvoorbeeld voor processen die continue transities ondergaan (startups, shutdowns, ...) en een groot deel van de tijd doorbrengen ver van het stabiele werkingpunt of zelfs nooit in deze toestand terechtkomen. Verder bestaan er processen met zulke sterke niet-lineariteiten (ook in de buurt van stabiele toestanden) dat een lineair model niet voldoende is. Voor deze niet-lineaire processen zal een lineair model onnauwkeurige voorspellingen leveren en moet gewerkt worden met een niet-lineair model. Tenslotte moeten de operatoren de processen steeds naar striktere performantiespecificaties (hogere kwaliteitseisen, hogere productiviteit, ...) sturen rekening houdend met al maar meer engere beperkingen voortvloeiend uit bijvoorbeeld milieu- en veiligheidsaspecten. Om hieraan te voldoen moeten de operatoren de systemen steeds dichter tegen de grenzen van de toegelaten werkruimte aansturen. Hiervoor is het noodzakelijk dat de niet-lineariteiten van het proces in acht genomen worden [30].

3.3.2 Niet-lineaire modellen

Het vinden van geschikte niet-lineaire modellen voor een gegeven proces is een moeilijke taak. In tegenstelling tot lineaire modellen zijn niet-lineaire modellen veel moeilijker af te leiden op basis van trainingsdata of door gebruik te maken van proceskennis zoals bijvoorbeeld het toepassen van de behoudswetten van massa en/of energie. Daarom vergt het opstellen van dergelijke modellen veel meer tijd dan voor lineaire modellen en zal in de praktijk vaak eerst geprobeerd worden om te werken met lineaire modellen. Omdat het in deze masterproef niet de bedoeling is om een model af te leiden voor de Demer, wordt hier enkel de vorm van de niet-lineaire modellen van de Demer kort toegelicht. Meer uitleg over de inhoud en de structuur van deze modellen kan gevonden worden in sectie 4.2.1. Deze modellen zijn toestandsruimtemodellen. De lineaire toestandsruimtemodellen (3.8) kunnen op een eenvoudige manier uitgebreid worden om niet-lineaire dynamica te beschrijven:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{s}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k), \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{t}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k), \end{cases} \quad (3.15)$$

waarbij \mathbf{s} en \mathbf{t} niet-lineaire vectorfuncties zijn. Dit model kan afgeleid worden van de differentiaal/differentievergelijkingen die het model beschrijven (op voorwaarde dat deze gekend zijn) door ze om te vormen in een verzameling van eerste orde vergelijkingen. Voor het optimalisatieprobleem is het van belang dat het verloop van beide functies voldoende glad is.

3.3.3 Het optimalisatieprobleem

Omdat geen enkele basiscomponent van (lineaire) MPC het gebruik van een niet-lineair model verbiedt, is de uitbreiding naar niet-lineaire processen voor de hand liggend. Toch is de uitwerking ervan niet triviaal. Het gebruik van een niet-lineair model heeft immers grote gevolgen voor het onderliggende optimalisatieprobleem dat opgelost moet worden. De niet-lineariteiten veranderen het optimalisatieprobleem uit sectie 3.2.3 van een convex QP naar een NLP dat veel moeilijker op te lossen is. Verder is er in deze situatie geen zekerheid dat het globale optimum gevonden kan worden, zeker in real-time controle waar het optimum gevonden moet worden binnen een beperkte tijd.

In de literatuur zijn verschillende oplossingen beschreven [26, 32]:

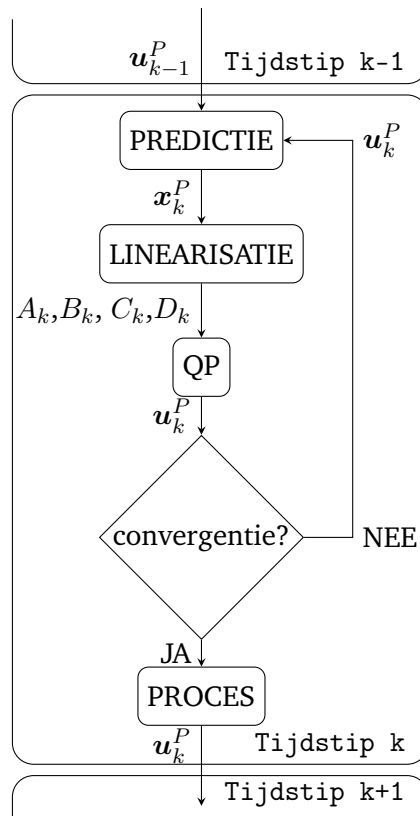
- **Suboptimale NMPC:** Deze methode vermijdt het zoeken van het minimum van een niet-convexe kostfunctie door het voldoen aan de beperkingen te bezien als belangrijkste objectief. Indien een bepaald algoritme in elke tusseniteratie een toegelaten sequentie aflevert en de doelfunctie steeds afneemt, dan kan dit algoritme gestopt worden wanneer de toegelaten rekentijd overschreden is en wordt de laatste tussenoplossing gebruikt.
- **Feedback linearisatie:** In bepaalde gevallen kan het niet-lineaire model getransformeerd worden in een lineair model. Omdat een dergelijke transformatie maar in een beperkt aantal gevallen gevonden kan worden, is de praktische toepasbaarheid van deze methode beperkt. Daarnaast veranderen de (lineaire) beperkingen hierdoor in een verzameling van niet-lineaire beperkingen en blijft het optimalisatieprobleem een NLP.
- **Lokale modellen:** In deze methode wordt op voorhand (offline) het niet-lineaire model gelineariseerd rond een aantal verschillende werkingpunten. Eén van deze modellen wordt gebruikt afhankelijk van de huidige toestand van het proces. Dit brengt het probleem terug tot het domein van de lineaire MPC waar op elk tijdstip een QP opgelost worden. Het probleem bij deze methode is dat bij het oplossen van het optimalisatieprobleem de procestoestand binnen het tijdsvenster zodanig sterk kan veranderen dat het gelineariseerde model helemaal geen goede benadering meer vormt voor het proces.
- **Online linearisatie** [11, 13]: Het probleem bij de vorige methode kan verholpen worden door op elk tijdstip het model te lineariseren rond de voorspelde toestanden binnen de horizon. Het algoritme verloopt als volgt (en is schematisch weergegeven in figuur 3.2):

1. Simuleer het niet-lineaire model over de horizon met de ingangssequentie gevonden als oplossing van het QP uit de vorige tijdstap.
2. Bereken voor elk tijdstip binnen de horizon voor de gesimuleerde toekomstige toestanden een lineair model. Dit resulteert in een lineair toestandsruimtemodel dat varieert met het tijdstip k :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= A_k \mathbf{x}_k + B_k \mathbf{u}_k + V_k \mathbf{d}_k, \\ \mathbf{y}_k &= C_k \mathbf{x}_k + D_k \mathbf{u}_k + W_k \mathbf{d}_k. \end{cases} \quad (3.16)$$

3. Los het QP op met deze lineaire tijdsvariërende modelvergelijkingen. De enige verandering met het QP (3.14) voor lineaire MPC is dat de modelvergelijkingen niet tijdsinvariant zijn.

De lineaire modellen vormen echter maar in een beperkt gebied rond de ingangssequentie een voldoende nauwkeurige benadering van het niet-lineaire model. Indien



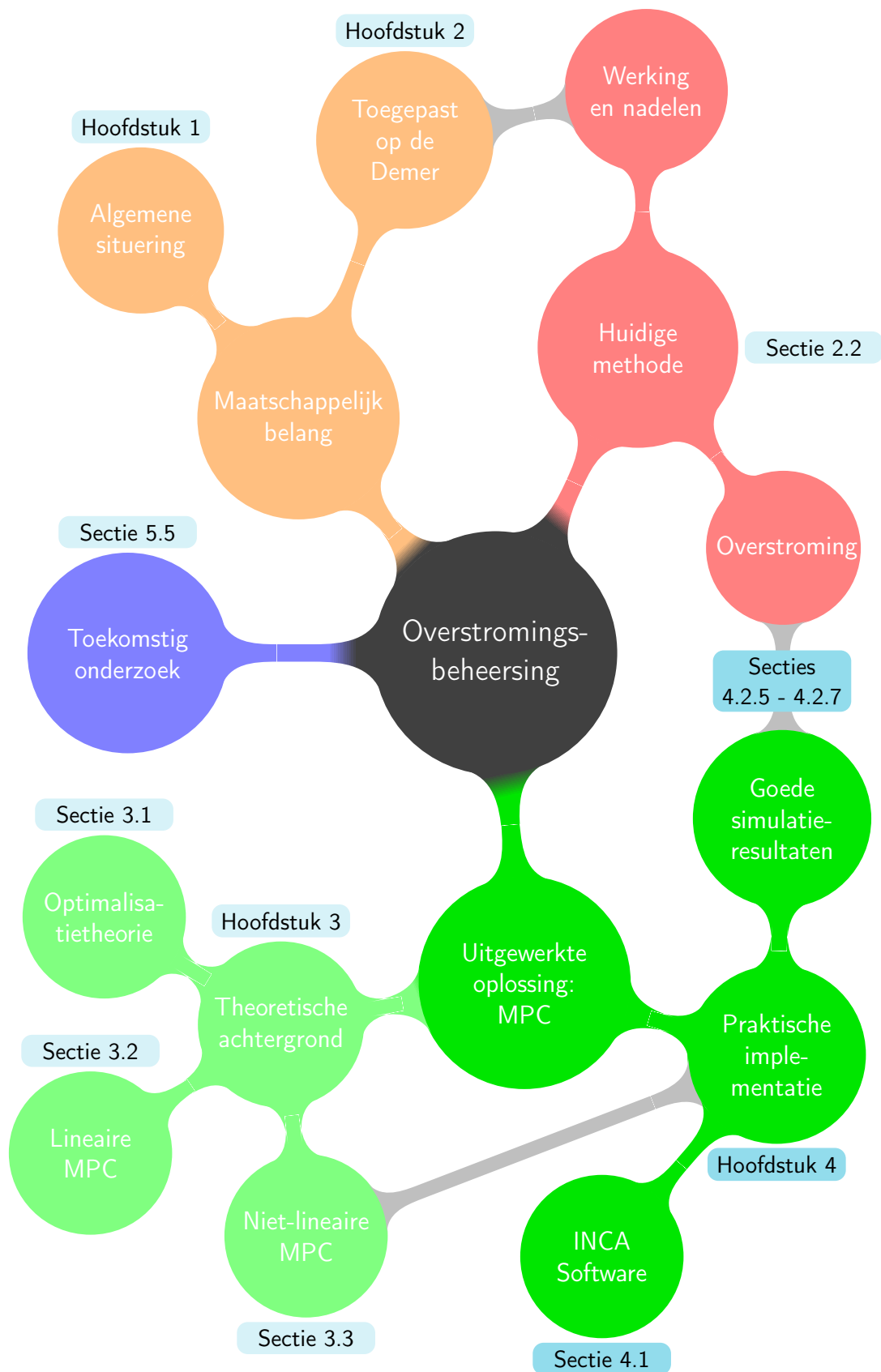
Figuur 3.2: Schematische voorstelling van het NMPC algoritme “online linearisatie”.

In een eerste stap wordt het niet-lineaire model gebruikt om te voorspellen wat de toestanden x_k^P zullen zijn binnen de predictiehorizon voor de optimale ingangen u_{k-1}^P gevonden op het vorige tijdstip $k - 1$. Op basis van deze sequentie van toestanden worden lineaire modellen afgeleid waarmee een QP opgelost wordt. De oplossing van dit QP is de sequentie van ingangen u_k^P . Indien deze voldoende dicht liggen bij de vorige ingangen, worden de eerste waarden hiervan aangelegd aan het proces. In het andere geval wordt de procedure herhaald.

de optimale ingangen sterk afwijken van deze sequentie kunnen de voorspelde uitgangen voor deze optimale ingangen sterk afwijken van de werkelijke uitgangen. Daarom wordt een extra beperking toegevoegd op de ingangen die oplegt dat de optimale ingangen in elke iteratie niet te ver mogen afwijken van de ingangssequentie uit de vorige iteratie. Ze moeten binnen een zekerheidsgebied (*trust region*) blijven.

4. Herhaal deze stappen met de net berekende optimale ingangssequentie tot convergentie opgetreden is. Hierna wordt de eerste ingang aangelegd aan het systeem en wordt dit algoritme opnieuw uitgevoerd.

Deze laatste methode zal gebruikt worden voor de regeling van de Demer. In de literatuur [33] is aangetoond dat deze methode convergeert naar een lokaal minimum van het oorspronkelijke niet-lineaire controleprobleem. Merk de sterke gelijkenis op met de SQP-methode uit sectie 3.1.3 waar het NLP ook iteratief opgelost wordt door benaderende QP's op te lossen met een zekerheidsgebied op de optimalisatievariabelen.



Hoofdstuk 4

Praktische uitwerking met de INCA Software van IPCOS

De MPC-techniek besproken in hoofdstuk 3 (meer bepaald secties 3.2 en 3.3) zal hier toegepast worden op de Demer. Hiervoor wordt gewerkt met de INCA Software van IPCOS. Deze software wordt in sectie 4.1 nader toegelicht samen met de beweegredenen om met deze software te werken. Hierbij zal aandacht geschonken worden aan de noodzakelijke uitbreidingen om de software te kunnen gebruiken voor niet-lineaire modellen. In sectie 4.2 wordt de praktische uitwerking besproken. Sectie 4.3 vat de belangrijkste conclusies samen.

4.1 De INCA Software van IPCOS: een verantwoorde keuze voor deze masterproef

In sectie 4.1.1 wordt de motivatie toegelicht voor het gebruik van de INCA Software van IPCOS. Sectie 4.1.2 bespreekt de INCA Engine. Het is in deze systeemcomponent dat de gewenste uitbreidingen ingebouwd moesten worden om niet-lineaire modellen op te kunnen vangen.

4.1.1 Motivatie voor het gebruik van INCA

De doelstelling van deze masterproef is, vertrekkend van bestaande lineaire MPC software, te onderzoeken of door gerichte ingrepen deze software aangepast kan worden tot een niet-lineair predictief controle systeem geschikt voor overstromingsbeheersing. De gebruikte software in deze masterproef is de INCA Software van IPCOS. IPCOS is ontstaan uit het spin-off bedrijf ISMC van het Departement Elektrotechniek. De nauwe banden die er nog steeds zijn tussen de universiteit en IPCOS vormden een ideaal vertrekpunt tot een gedreven samenwerking in het kader van deze masterproef. De sterke eigenschappen van de toepassing zijn:

- INCA wordt succesvol toegepast in verscheidene industrietakken zoals de chemische proces-, olie- en gasindustrie [34]. Indien deze software (met eventueel enkele aanpassingen) ook gebruikt kan worden voor het regelen van de Demer, dan zal dit in de praktijk tot een snellere implementatie leiden dan bij een volledige nieuwe ontwikkeling.

- Het zelf implementeren van een MPC regelaar vergt enorm veel tijd. Door te vertrekken van reeds bestaande software kan van bij de start dan ook meteen de volle aandacht en energie gelegd worden op de kernopdracht, nl. overstromingsbeheersing van de Demer, en niet op bijvoorbeeld de visualisatie van de regelacties tijdens simulaties of het opvangen van wegvallende signalen.

Het gebruik van bestaande software zorgt evenwel impliciet voor enkele beperkingen zoals de geringere vrijheid om aanpassingen toe te voegen. Een ander nadeel zit verborgen in de functionele limieten van de software. Zo is de INCA Software zeer geschikt voor het regelen van processen die voldoende nauwkeurig benaderd kunnen worden door lineaire modellen d.m.v. MPC, maar kan deze software niet zomaar gebruikt worden voor NMPC. De standaard componenten kunnen immers enkel maar overweg met niet-lineaire modellen voor een beperkt aantal toepassingen die samengebundeld zijn in een bibliotheek. Omdat overstromingsbeheersing niet tot deze toepassingen behoort, kan de INCA Software bijgevolg niet rechtstreeks toegepast worden. De uitdaging zit dan ook in het uitwerken van een oplossing waardoor de software gebruikt kan worden voor overstromingsbeheersing met NMPC. De volgende sectie legt uit hoe de software uitgebreid moet worden.

4.1.2 De INCA Engine

Omdat in deelhoofdstuk 3.3 aangetoond is dat de overgang van MPC naar NMPC vooral gevolgen heeft voor het optimalisatieprobleem, gaat nu de volle aandacht naar die systeemcomponent die instaat voor het oplossen van dit probleem: de INCA Engine. Voor deze applicatie moeten de ingangen, storingangen en uitgangen gedefinieerd worden alsook de beperkingen, referentiewaarden en de relatieve gewichten voor elk van deze variabelen. Achtereenvolgend wordt in deze sectie de methode voor het oplossen van het optimalisatieprobleem en de beperkingen van de INCA Engine voor NMPC besproken.

4.1.2.1 Het oplossen van het optimalisatieprobleem

Vooraleer de INCA Engine het optimalisatieprobleem oplost, voert het eerst een predictiestap uit [35, 36]:

Predictie De predictiestap maakt gebruik van een procesmodel om te voorspellen wat het toekomstige gedrag is van het systeem op basis van de huidige toestand van het systeem, de optimale ingangssequentie uit de vorige tijdstap en een voorspelling van de storingangen.

Optimalisatie Vervolgens wordt het optimalisatieprobleem opgelost in twee stappen:

- **statisch optimalisatieprobleem:** Dit optimalisatieprobleem bepaalt welke stap nodig is bij de ingangsvariabelen om de referentiewaarde voor de uitgangen te bereiken op het einde van de horizon. Hierbij wordt rekening gehouden met de verschillende prioriteiten tussen de variabelen. Zo is het bijvoorbeeld mogelijk dat op bepaalde momenten niet aan alle beperkingen op in- en/of uitgangen voldaan kan worden. De minst prioritaire beperkingen worden dan verwaarloosd totdat een oplossing gevonden is.

- **dynamisch optimalisatieprobleem:** In dit tweede probleem wordt in drie deelstappen het hele traject zo dicht mogelijk bij de referentiewaarden gebracht. In een eerste deelstap worden de boven- en ondergrenzen van de ingangen compatibel gemaakt met de beperkingen op de ingangsveranderingen. Daarna worden in de tweede stap de beperkingen op de uitgangen compatibel gemaakt met deze van de ingangen. Wanneer er geen ingangssequentie bestaat die voldoet aan zijn beperkingen én zorgt dat de uitgangen voldoen aan hun beperkingen, moeten de uitgangsbependingen gerelaxeerd worden. De grootte van deze relaxatie wordt bepaald via een apart optimalisatieprobleem. In de derde stap wordt de uiteindelijke oplossing berekend door het gerelaxeerde optimalisatieprobleem nogmaals op te lossen, maar dan met de oorspronkelijke doelfunctie.

Alle tussenliggende optimalisatieproblemen zijn QP's en worden opgelost met een *active set method* (sectie 3.1.2). De formulering van de QP's is diegene waarbij de modelvergelijkingen terug te vinden zijn in de doelfunctie en niet als gelijkheidsbeperkingen (zie sectie 3.2.3.3).

4.1.2.2 De noodzakelijke uitbreiding voor NMPC

Overstromingsbeheersing behoort niet tot de bibliotheek van toepassingen waarvoor de standaard componenten van de INCA Software reeds met niet-lineaire modellen overweg kan. Hierdoor is het noodzakelijk om de INCA Engine uit te breiden.

Er bestaan verschillende manieren om de concepten van MPC uit te breiden van lineaire modellen naar niet-lineaire modellen (sectie 3.3.3). Om zoveel mogelijk van de bestaande software te hergebruiken, is gekozen voor de techniek van het "online lineariseren" (figuur 3.2 op pagina 29) [11, 13]:

1. Gegeven de optimale ingangssequentie uit tijdstap $k - 1$, gebruik het niet-lineaire model om te voorspellen wat de toestanden en uitgangen zullen zijn binnen de horizon voor tijdstap k .
2. Leid voor elk werkingspunt op elk tijdstip binnen de horizon een lineair toestandsruimtemodel af. Dit leidt tot een lineair tijdsvariant systeem dat het niet-lineaire gedrag rond de voorspelde toestandssequentie benadert.
3. Met al deze lineaire modellen komt een QP overeen dat opgelost kan worden met de INCA Engine. De startwaarde voor het oplossen van het QP komt overeen met de ingangssequentie gebruikt in stap één.
4. Voer stap één t.e.m. stap drie opnieuw uit waarbij in stap één de optimale ingangssequentie uit tijdstap $k - 1$ vervangen wordt door de sequentie berekend in stap drie. Itereer over deze drie stappen tot convergentie is opgetreden.

De reden om stappen één tot drie te herhalen, zit in de benadering die gemaakt wordt in stap twee. Door het niet-lineaire model te benaderen door een reeks van lineaire modellen is de oplossing van het QP in stap drie niet noodzakelijk de optimale ingangssequentie voor het niet-lineaire model. Het is echter niet direct mogelijk om met INCA het QP uit stap drie een willekeurig aantal keer op te lossen en dus het algoritme "online lineariseren" uit te voeren tot convergentie is opgetreden. Dit hoeft niet noodzakelijk een grote invloed te hebben op de performantie. In vele toepassingen zijn de niet-lineariteiten voldoende zwak zodat in de praktijk met INCA toch goede resultaten behaald worden. Naarmate de niet-lineariteiten echter sterker zijn, stijgt de negatieve impact op de performantie.

4.1.2.3 De connectie met Matlab

Om stappen één en twee uit te voeren, dient de INCA Engine een connectie te maken met Matlab⁶. Deze voorspelt de uitgangen en de toestanden binnen de horizon en berekent lineaire modellen voor deze werkingpunten. De uitbreiding van de INCA Engine bestaat uit twee duidelijk gescheiden opdrachten:

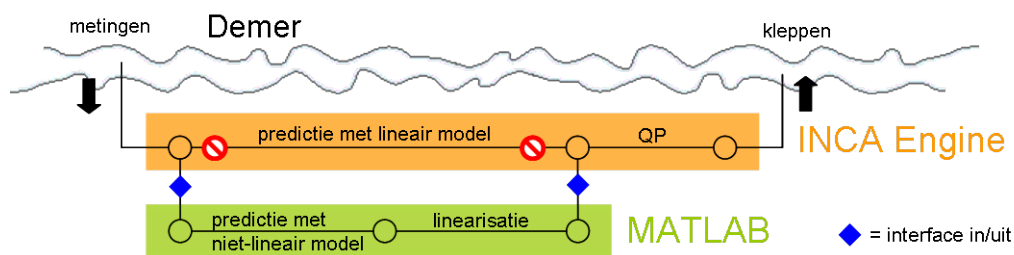
1. het implementeren van de connectie met Matlab;
2. en het ontwikkelen van een algoritme voor het lineariseren van niet-lineaire modellen.

Een eerste implementatie voor de uitbreiding van de INCA Engine is uitgevoerd voor een lineair systeem. Hiervoor is het lineariseren triviaal waardoor de nadruk ligt op een correcte implementatie van de connectie met Matlab. Bij de implementatie voor de Demer verschuift de focus naar het lineariseren.

Het implementeren van de connectie met Matlab gebeurt via een xml-file. Dit bestand kan gezien worden als een interface tussen de INCA Engine en Matlab:

- het legt vast welke methodes binnen Matlab opgeroepen moeten worden;
- in welke volgorde deze opgeroepen moeten worden;
- welke argumenten precies moeten meegegeven worden;
- en welke resultaten nodig zijn voor het optimalisatieprobleem.

Deze connectie en de geïmplementeerde uitbreiding van de INCA Engine staan in figuur 4.1.



Figuur 4.1: De schematische voorstelling van de uitbreiding van de INCA Engine voor NMPC uitgewerkt in deze masterproef met zelf geïmplementeerde functies in Matlab.

Om overweg te kunnen met niet-lineaire riviermodellen is in deze masterproef de INCA Engine uitgebreid. De predictiestap is hiervoor vervangen met zelfgeïmplementeerde functies die een predictiestap uitvoeren met het niet-lineaire model. Vervolgens worden lineaire modellen afgeleid geldig rond elk werkingpunt binnen de horizon. Daarna lost de INCA Engine het QP op met deze modellen.

4.2 De Demer

In deze sectie zal de implementatie van een MPC regelaar met de INCA Software voor de Demer behandeld worden. Deze regelaar moet de klepstanden van de hydraulische regelstructuren zodanig bepalen dat de verschillende waterhoogten zo dicht mogelijk bij de referentiewaarden

⁶Matlab is een softwarepakket voor computationele intensieve taken van het bedrijf 'The Mathworks'. – <http://www.themathworks.com/>

liggen en tegelijkertijd overstromingen voorkomen worden. De wiskundige modellen van de Demer die de MPC regelaar hiervoor gebruikt, worden besproken in sectie 4.2.1. Omwille van het niet-lineaire karakter van deze modellen wordt in sectie 4.2.2 een methode behandeld om lineaire modellen af te leiden. Vervolgens wordt dieper ingegaan op de regelobjectieven en beperkingen (sectie 4.2.3). In sectie 4.2.4 wordt het probleem van oncontroleerbare kleppen aangekaart waarna in sectie 4.2.5 een MPC regelaar ontworpen wordt voor het gebied rond het wachtbekken Schulensmeer. Sectie 4.2.6 beschrijft de implementatie van een MPC regelaar voor het gebied dat de wachtbekkens Schulensmeer en Webbekom omvat. In sectie 4.2.7 wordt de robuustheid van de MPC regelaar voor het gebied rond het Schulensmeer getest tegen onzekerheid op de neerslagvoorspellingen.

4.2.1 De modellen

Aangezien de focus van de masterproef ligt op het regelen van de Demer zal de nadruk niet liggen op het ontwikkelen van de modellen als dusdanig. De informatie over de Demermodellen komt uit [11, 12, 13, 29]. Meer informatie over het modelleren, kalibreren en valideren van rivierenmodellen zijn terug te vinden in [13, 29].

4.2.1.1 Inleiding

In vroegere studies van de Afdeling Water van de Vlaamse Milieu Maatschappij is een **hydrodynamisch** model ontwikkeld van het Demerbekken. De groene riviertakken in figuur 4.2 tonen het gemodelleerde deel van het stromingsgebied van de Demer. Het model is geïmplementeerd in de InfoWorks-RS software van Wallingford Software Ltd. en wordt het Operationeel Bekken Model (OBM) van de Demer genoemd. Het is gebaseerd op de dwarsdoorsnede van de riviertakken om de 50 meter, de oeverhoogte, de topografie van de vallei, de geometrische data van alle hydraulische structuren (zoals waterkeringen en duikers) en bruggen [21].

Een simulatie van het volledige model voor 48 uur vergt net geen 15 minuten op de huidige computerconfiguratie van de VMM. Aangezien het NMPC-algoritme per tijdstip meerdere iteraties en dus meerdere simulaties vereist, kan de MPC regelaar geen gebruik maken van dit model omwille van de lange rekentijden. Om de rekentijd te verminderen tot secondenbasis is binnen de Afdeling Hydraulica van het Departement Bouwkunde (P. Willems) een tweede model ontwikkeld. Dit vereenvoudigde **conceptuele** model is van het reservoir type. Zo worden de waterniveaus niet meer gemodelleerd om de 50 meter, maar enkel op de locaties stroomopwaarts en -afwaarts van de hydraulische regelstructuren en op potentiële overstromingsplaatsen. Daarnaast is dit model beperkt tot het studiegebied (het gebied binnen het blauwe vierkant in figuur 4.2) waarin de regelaar actief zal zijn.

4.2.1.2 Modelstructuur

Figuur 4.3 toont de structuur van het **conceptuele** model met de twee reservoirs “Schulensmeer” en “Webbekom” en is een vertaling van het schema uit figuur 2.6 op pagina 14. De riviertakken zijn voorgesteld door lijnen met positieve stroming in de richting van de pijlen, de hydraulische regelstructuren door holle rechthoeken en de vaste overlaten door volle rechthoe-

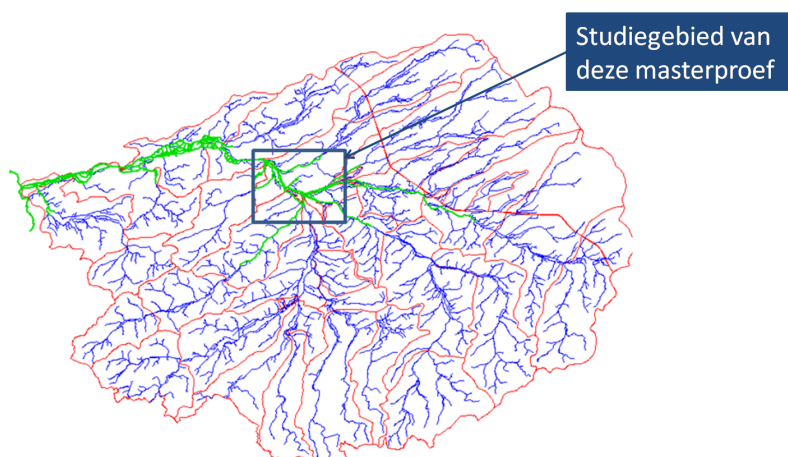
ken. De plaatsen waar de waterniveaus gesimuleerd worden, komen overeen met de knopen. Het symbool q wordt gebruikt voor debieten, h voor waterniveaus, v voor bergingvolumes en k voor de klepstand van de sluisen.

Via de regelstructuren A en K7 kan geanticipeerd worden op overstromingsrisico's rond het Schulensmeer. Zo zorgt het sluiten van K7 en het openen van A voor het vullen van het reservoir Schulensmeer en een vermindering van de stroming in de Demer verder stroomafwaarts. Het ledigen van het reservoir kan gebeuren via de hydraulische structuren A, E en D. Op een gelijkaardige manier wordt Webbekom gevuld en geleidigd via K18, K19, K7, K24A, K24B en K30.

Naast dit grote model is ook een **gereduceerd** model opgesteld rond het Schulensmeer (het gebied binnen de rode cirkel in figuur 4.3). Dit kleine model is schematisch weergegeven in figuur 4.4. De eerste implementaties van de regelaars zijn uitgewerkt voor dit kleine model om de volgende redenen:

- Voor een kleiner model is het eenvoudiger om de concepten achter NMPC te begrijpen en te implementeren.
- Specifieke problemen ten gevolge van de niet-lineariteiten kunnen best eerst ondervonden worden met het kleine model i.p.v. met het volledige model: met het kleine model is het eenvoudiger om tot oplossingen te komen die dan later ook voor het grote model gebruikt kunnen worden.
- Tenslotte kunnen simulaties en resultaten vlugger gegenereerd worden voor het kleine model waardoor sneller een zicht gekregen kan worden op de regelcapaciteiten van de INCA Software met betrekking tot overstromingsbeheersing van de Demer.

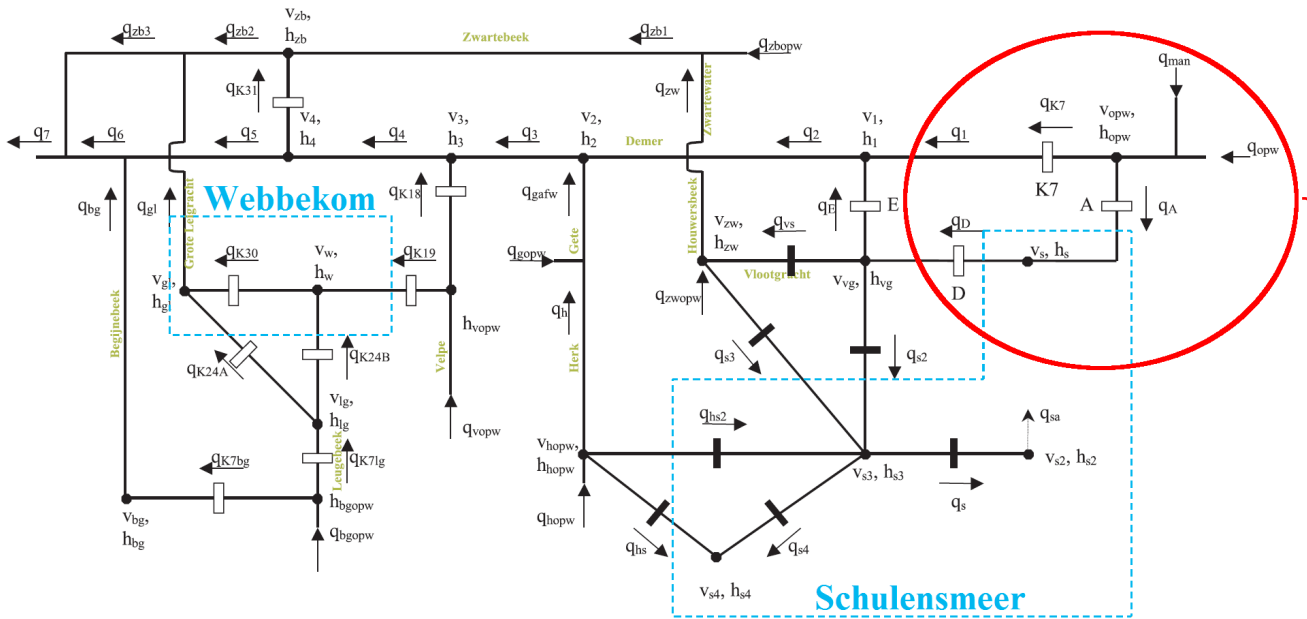
Sommige elementen van de twee conceptuele modellen zijn terug te vinden op de foto's van figuur 4.5. Beide modellen zijn discreet in tijd en ruimte met een simulatietijdstap van één uur. Intern wordt gewerkt met een model met een simulatietijdstap van 5 minuten die 12 keer opgeroepen wordt per uur.



Figuur 4.2: Geografische voorstelling van het Demerbekken.

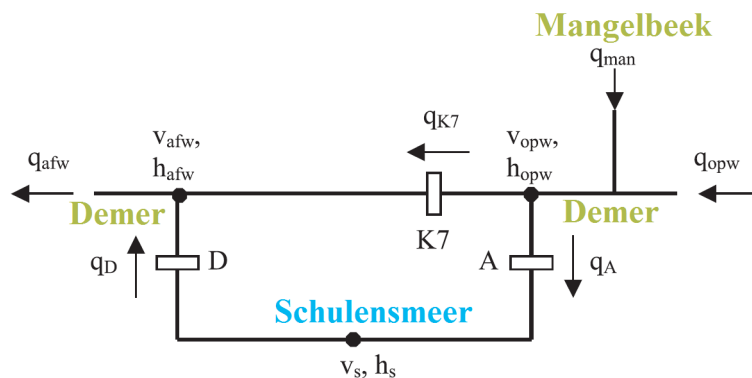
De groene riviertakken maken deel uit van het hydrodynamische model van de Demer opgesteld voor de VMM. Het gebied binnen het blauwe vierkant is het studiegebied waarvoor de regelaar ontworpen wordt.

Bron: [22]



Figuur 4.3: De schematische voorstelling van het conceptuele model van het rivierennetwerk met de wachtbekkens Schulensmeer en Webbekom.

De blauwe veelhoeken stellen de wachtbekkens Schulensmeer en Webbekom voor. Daarnaast bevat dit model ook verscheidene zijrivieren van de Demer zoals de Velppe, de Gete en de Zwartebeek. De lijnstukken komen overeen met riviertakken waarbij de pijlen de positieve stroomrichting aanduiden en de knooppunten met de plaatsen waar de waterhoogte en bergingsvolume berekend worden. De holle rechthoeken stellen de hydraulische regelstructuren voor en de volle rechthoeken de vaste overlaten. Op basis van dit conceptuele model is een kleiner model afgeleid dat de Demer modelleert voor het gebied binnen de rode cirkel. Dit model is uitvergroot weergegeven in figuur 4.4. Bron: [12]



Figuur 4.4: De schematische voorstelling van het conceptuele model van het gebied rond het Schulensmeer binnen de rode cirkel van figuur 4.3.

Dit model bestaat uit drie ingangen (de kleppen A, K7 en D), drie uitgangen (de stroomopwaartse en -afwaartse waterhoogten h_{opw} en h_{afw} van de Demer en het Schulensmeer h_s) en twee stooringangen (opwaartse neerslagafstromingsdebieten van de Demer q_{opw} en de Mangelbeek q_{man}). Bron: [12]



Figuur 4.5: Foto's van de Demer met het Schulensmeer waarop enkele variabelen uit het grote en het kleine model aangeduid zijn. De figuur stelt een visuele vertaling voor van de realiteit naar enkele modelelementen zoals de kleppen en waterhoogten. Bron: [12]

4.2.1.3 Het toestandsruimte-model

Zowel het grote als het kleine model van de Demer zijn discrete niet-lineaire toestandsruimte-modellen van de vorm

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{s}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k), \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}\mathbf{x}_k, \end{cases} \quad (4.1)$$

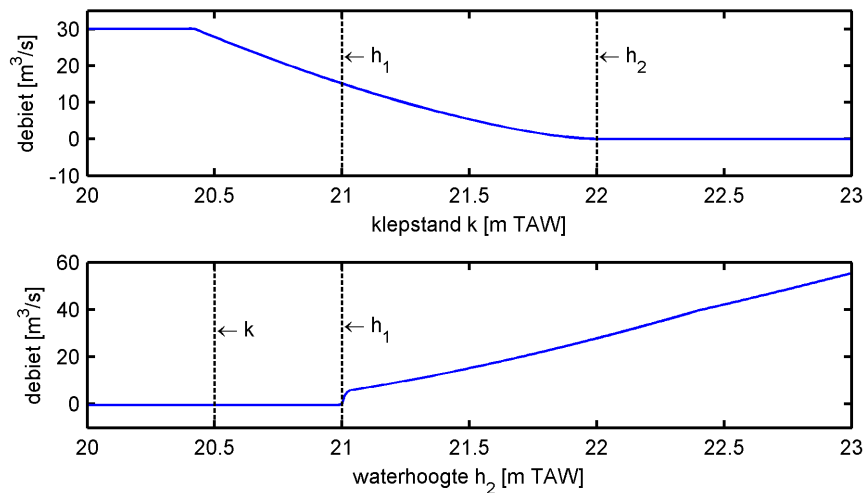
waarbij $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{n_x}$, $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^{n_u}$, $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^{n_d}$ en $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{n_y}$ vectoren zijn die resp. de toestand, de ingang, de storingang en de uitgang voorstellen van het systeem op tijdstip k . De toestand \mathbf{x} bestaat uit de waterhoogten h , de bergingvolumes v en de debieten q , de ingang \mathbf{u} uit de regelbare sluisen k , de storingangen \mathbf{d} uit de stroomopwaartse neerslagafstromingsdebieten q en de uitgang \mathbf{y} uit de waterhoogten h . Het grote model heeft 75 toestanden, 12 ingangen en 8 storingangen, het kleine model heeft 10 toestanden, 3 ingangen en 2 storingangen.

4.2.2 Linearisatie

Alvorens de methode voor het lineariseren uit te leggen, wordt toegelicht waarom de niet-lineaire modellen onvoldoende nauwkeurig benaderd kunnen worden met één lineair model.

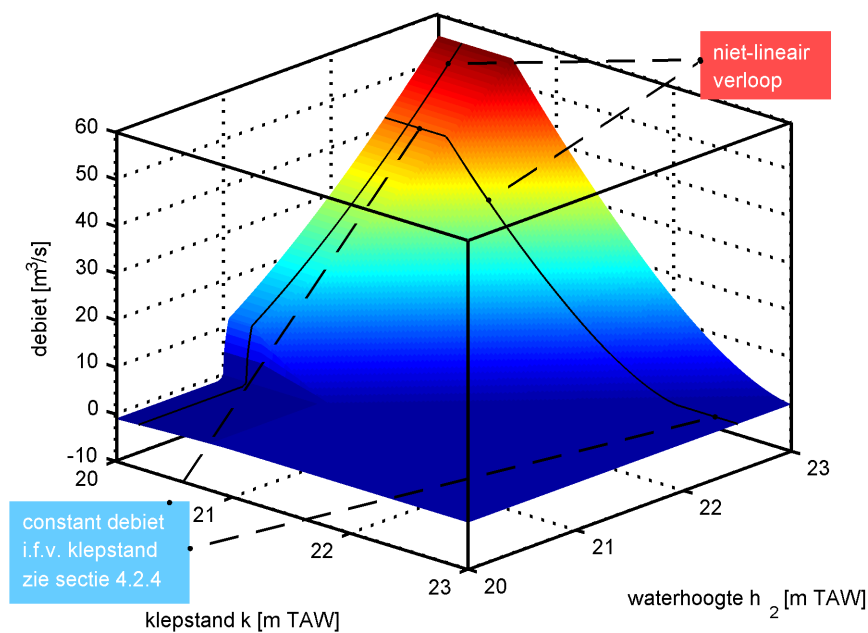
4.2.2.1 De noodzaak om te lineariseren

Het niet-lineaire karakter van de modellen komt voornamelijk voort uit de sluis karakteristieken. Het debiet over een sluis hangt op een niet-lineaire wijze af van de waterhoogten links en rechts van de sluis en van de stand van de sluis zelf. In de bovenste figuur in figuur 4.6 staat het debiet van een sluis weergegeven i.f.v. de klepstand k . De waterhoogten h_1 en h_2 staan voor resp. de stroomafwaartse en -opwaartse waterhoogten langs de sluis. Het debiet heeft een duidelijk niet-lineair verloop i.f.v. de klepstand k . Het debiet is logischerwijs nul indien de klep hoger staat dan het omringende water. Naarmate de klep lager komt te liggen dan de hoogste waterhoogte (h_2) stijgt het debiet over de klep. Vanaf een bepaalde stand stijgt het debiet niet meer en blijft het onafhankelijk van de klepstand. Daarnaast hangt het debiet ook op een niet-lineaire manier af van de waterhoogten. De onderste figuur toont hoe het debiet varieert i.f.v. de stroomopwaartse waterhoogte h_2 . Het is duidelijk dat het verband tussen deze variabelen niet door één lineair model nauwkeurig benaderd kan worden. Dit wordt ten slotte nog eens geïllustreerd in figuur 4.7 waar het debiet over de klep weergegeven is i.f.v. k en h_2 .



Figuur 4.6: Visualisatie van de niet-lineaire karakteristieken van de sluizen.

De bovenste figuur toont het niet-lineaire verband tussen het debiet over een sluis en klepstand k van de sluis bij constante stroomafwaartse en -opwaartse waterhoogten h_1 en h_2 . De onderste figuur toont het niet-lineaire verband tussen het debiet over de sluis en h_2 bij constante k en h_1 .



Figuur 4.7: Weergave van de niet-lineaire karakteristieken van de sluizen in een driedimensionaal beeld.

De figuur geeft het niet-lineaire verband weer van het debiet over een sluis en de klepstand k en stroomopwaartse waterhoogte h_2 van de sluis bij constante stroomafwaartse waterhoogte (21 m). Omwille van dit sterke niet-lineaire gedrag, is het voor overstroomingsbeheersing onvoldoende om te werken met één benaderend lineair model. De zwarte lijnen op de figuur komen overeen met figuur 4.6.

4.2.2.2 Methode

Voor het NMPC-algoritme dient op elk tijdstip binnen de tijdshorizon een lineair toestandsruimtemodel afgeleid te worden dat geldig is rondom het werkingspunt op dat tijdstip. Voor de verdere afleiding zullen de storingangen voor de eenvoud van notatie genegeerd worden.

De afleiding gebeurt via een Taylorreeksontwikkeling van (4.1). Rond het punt $(\mathbf{x}_k^0, \mathbf{u}_k^0)$ geldt de volgende benadering:

$$(\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^0) \approx \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{\mathbf{x}_k^0, \mathbf{u}_k^0} (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^0) + \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{u}} \right)_{\mathbf{x}_k^0, \mathbf{u}_k^0} (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^0), \quad (4.2)$$

wat neerkomt op het volgende lineair tijdsvariërend toestandsruimtemodel

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^0) &= A_k (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^0) + B_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}_k^0), \\ (\mathbf{y}_k - \mathbf{y}_k^0) &= C (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^0), \end{aligned} \quad (4.3)$$

met

$$A_k(i, j) = \left(\frac{\partial s_i}{\partial \mathbf{x}_k(j)} \right)_{\mathbf{x}_k^0, \mathbf{u}_k^0}, \quad (4.4)$$

$$B_k(i, j) = \left(\frac{\partial s_i}{\partial \mathbf{u}_k(j)} \right)_{\mathbf{x}_k^0, \mathbf{u}_k^0}. \quad (4.5)$$

Het berekenen van de partiële afgeleiden in (4.4) en (4.5) kan op meerdere manieren gebeuren die elk hun eigen voor- en nadelen hebben. Zo heeft de **analytische** methode het grote voordeel exact te zijn. Deze methode is echter niet altijd even gemakkelijk toepasbaar. Het kleine en het grote model van de Demer werken bijvoorbeeld op uurbasis, maar intern wordt gewerkt met een model met een tijdstap van 5 minuten. Hierdoor is het analytisch afleiden niet vanzelfsprekend. Daarnaast is deze methode ook niet uitbreidbaar. Zo zou de code voor het analytisch afleiden van het kleine model voor een zeer groot deel onbruikbaar zijn voor het grote model. Daarom wordt het lineariseren via een **numerieke** methode uitgewerkt die gebruik maakt van eindige differenties. Zo wordt (4.4) benaderd met voorwaartse differenties door

$$A_k(i, j) \approx \frac{s_i(\mathbf{x}'_k, \mathbf{u}_k^0) - s_i(\mathbf{x}_k^0, \mathbf{u}_k^0)}{p}, \quad (4.6)$$

waarbij

$$\mathbf{x}'_k(l) = \begin{cases} \mathbf{x}_k^0(l) & \text{voor } l \neq j, \\ \mathbf{x}_k^0(l) + p & \text{voor } l = j, \end{cases}$$

en p van grootteorde 10^{-8} is. Om de rekentijd te beperken worden de elementen in de matrices A_k en B_k niet element per element berekend, maar kolom per kolom. Omdat het model alle toestanden terug geeft, wordt voor één bepaalde $\mathbf{x}'_k(l)$ al de geperturbeerde toestanden berekend. Hierdoor moet het niet-lineaire model slechts $\mathcal{O}(n_x)$ keer opgeroepen worden voor A_k en $\mathcal{O}(n_u)$ keer voor B_k i.p.v. $\mathcal{O}(n_x^2)$, resp. $\mathcal{O}(n_u^2)$.

4.2.2.3 Onstabiteit

Voor sommige lineaire modellen kunnen één of meerdere eigenwaarden van de matrix A_k buiten de eenheidskring liggen waardoor het model onstabiel is. Bij meerdere onstabiele modellen is de Hessiaan van het QP slecht geconditioneerd omwille van de schrijfwijze in (3.12) op pagina 26. Door deze verschillende instabiele matrices met elkaar te vermenigvuldigen worden de elementen in de Hessiaan zeer groot. Dit probleem wordt op een gegeven moment zo sterk dat de INCA Engine het QP niet kan oplossen en een foutmelding geeft.

Een eerste manier om dit op te lossen is door te werken met **prestabilisatie**. Hierbij worden de ingangen geschreven als

$$\mathbf{u}_k = -K_k \mathbf{x}_k + \mathbf{c}_k \quad (4.7)$$

Hierdoor worden niet meer de matrices A_k met elkaar vermenigvuldigd maar de matrices $A_k - B_k K_k$. Met de matrix K_k is het dan mogelijk om de eigenwaarden van $A_k - B_k K_k$ binnen de eenheidskring te leggen zodat het product van deze matrices naar nul gaat. Het probleem met deze methode is dat een dergelijke matrix K_k niet altijd gevonden kan worden. Verder vergt dit ook extra rekentijd om deze matrix te berekenen op ieder tijdstip binnen de horizon. Daarnaast worden de vectoren \mathbf{c}_k de nieuwe optimalisatievariabelen en dienen de beperkingen op \mathbf{u}_k vertaald te worden naar deze nieuwe variabelen. Voor de boven- en ondergrenzen vormt dit geen probleem maar voor de beperkingen op veranderingen van ingangsvARIABLEN is dit minder vanzelfsprekend met INCA. Daarom is er voor een andere optie gekozen. Een onstabiel model wordt **vervangen door het meest dichtbij stabiele model** in de horizon. Het voordeel is de eenvoud van implementatie, het nadeel is de introductie van onnauwkeurigheden.

4.2.3 Regelobjectieven en beperkingen

De regelobjectieven en de beperkingen zijn vastgelegd door de lokale wateradministratie en zijn afhankelijk aan de toestand van de Demer [11, 12]. Zo is het de bedoeling om bij lichte regenval bepaalde waterhoogten naar specifieke referentieniveaus te sturen. Tijdens periodes van zware regenval verschuift de nadruk naar het voorkomen van overstromingen. Deze verandering van objectieven zorgt ervoor dat de doelfunctie en de beperkingen van het QP aangepast moeten worden aan de specifieke toestand van de Demer.

Bij **lichte neerslag** zijn de bovengrenzen op de waterhoogten niet belangrijk omdat de neerslag niet voldoende groot is om overstromingen te veroorzaken. Verder is het van belang dat de wachtbekkens in deze situatie geleedigd worden. Elk overbodig volume aan water in deze wachtbekkens kan ervoor zorgen dat overstromingen in de toekomst niet meer vermeden kunnen worden. Daarnaast moeten de belangrijkste waterniveaus naar hun referentiewaarden gestuurd worden. Beide doelstellingen worden verwezenlijkt door de afwijking van de reservoirs en deze waterhoogten zwaar te laten doorwegen in de doelfunctie.

Gedurende **zware regenval** verhuist de focus naar het voorkomen van overstromingen. Omdat periodes van zware regenval langer kunnen duren dan vijf dagen, zou de predictiehorizon ook groter moeten zijn dan vijf dagen om overstromingen op een deftige manier te voorkomen. Dit is echter niet haalbaar:

- het aantal optimalisatievariabelen wordt zodanig groot dat de benodigde rekentijd de grens van 15 min zal overschrijden en onaanvaardbaar groot wordt;

- en de neerslagvoorspellingen zijn maar betrouwbaar tot op twee dagen.

Om bij lange regenperiodes toch overstromingen te kunnen voorkomen, is het noodzakelijk om kennisexpertise van de operatoren toe te voegen aan de regelaar:

1. Voor elk waterniveau is naast een overstromingsgrens ook een **bewakingsgrens** gedefinieerd. Zolang alle waterhoogten onder de bewakingsgrens liggen, is het niet toegestaan om de wachtbekkens te vullen. Pas vanaf het moment dat deze grenzen geschonden worden binnen de horizon van de regelaar is het toegestaan een deel van de opslagcapaciteit te gebruiken om de waterniveaus onder hun bewakingsgrens te houden. Door het toevoegen van de bewakingsgrenzen aan het optimalisatieprobleem zal de regelaar proberen zo lang mogelijk te voldoen aan deze grenzen en impliciet zo lang mogelijk de wachtbekkens leeg te houden.
2. Indien de bewakingsgrenzen geschonden zouden worden, is het toegestaan om de wachtbekkens te vullen om te voorkomen dat de bewakingsgrenzen ook effectief geschonden worden. Hiervoor mag echter niet de volledige opslagcapaciteit van de wachtbekkens gebruikt worden. Elk reservoir beschikt over een **veiligheidsgrens**. Vanaf het ogenblik dat deze grens bereikt wordt, mag dit reservoir niet verder gebruikt worden en moet de schending van de bewakingsgrenzen toegelaten worden. De achterliggende reden is om voldoende opslagcapaciteit over te houden voor toekomstige regenval. Naar het optimalisatieprobleem toe wordt deze regel vertaald door het vervangen van de bewakingsgrenzen van de waterniveaus door hun overstromingsgrenzen en het toevoegen van de veiligheidsgrenzen als beperkingen voor de reservoirs. Ook wordt de doelfunctie aangepast zodat afwijkingen van de reservoirs op hun referentiewaarde toegestaan worden zodat de reservoirs gevuld zullen worden.
3. Indien bij aanhoudende regenval de regelaar de waterniveaus niet onder hun **overstromingsgrenzen** kan houden binnen de horizon, moeten de veiligheidsgrenzen van de reservoirs vervangen worden door hun overstromingsgrenzen. Hierdoor kan de regelaar de volledige capaciteit van de reservoirs gebruiken om overstromingen te voorkomen.

Onafhankelijk van de vorige situaties dient de regelaar rekening te houden met de (harde) beperkingen op de kleppen. Zo mogen de kleppen enkel maar tussen een vaste onder- en bovengrens bewegen. Daarnaast is de grootte van de variatie in een klepstand per uur begrensd.

4.2.4 Oncontroleerbare kleppen

Alvorens de resultaten voor de verschillende regelaars te bespreken, is het noodzakelijk het begrip “oncontroleerbare kleppen” toe te lichten. Dit is immers een belangrijk probleem dat grote gevolgen heeft voor de doeltreffendheid van de regelaars (sectie 4.2.5.5).

Oncontroleerbare kleppen zijn kleppen die bij hun huidige stand geen invloed hebben op de vergelijkingen die het debiet over de klep modelleren. Dit wil zeggen dat in deze situaties een kleine verandering van de klepstand het debiet over de klep niet verandert. Bij de gebruikte modellen zijn er twee veel voorkomende situaties waar dit zich kan voordoen, nl. wanneer de klep hoger of veel lager is dan het omliggende water. Deze twee situaties zijn te zien in figuur 4.6 op pagina 39 (de bovenste figuur):

- voor $k \geq \max(h_1, h_2)$ is het debiet nul en dus onafhankelijk van k ;
- voor $k \ll \min(h_1, h_2)$ heeft het debiet een constante waarde die onafhankelijk is van k .

Doordat in deze situaties een perturbatie op de klep het debiet over de klep niet verandert, veranderen ook de uitgangen niet. Volgens de lineaire modellen is het dus niet mogelijk om met deze klep de uitgangen te beïnvloeden: ze zijn lokaal oncontroleerbaar. Aangezien de doelfunctie van de INCA Engine niet enkel een term bevat die afwijkingen afstraft tussen de uitgangen en de referentiewaarden, maar ook een term die bewegingen in de ingangen afstraft, zal de regelaar deze klep niet meer bewegen. Oncontroleerbare kleppen vallen dus op doordat ze constant blijven. Hierdoor verliest de regelaar een vrijheidsgraad voor het sturen van de uitgangen wat de performantie negatief beïnvloedt. De regelaar krijgt pas terug controle over de oncontroleerbare kleppen indien het water voldoende stijgt of daalt (naargelang de situatie). Het is geen goed idee om hierop te wachten omdat het dan al te laat kan zijn om overstromingen te voorkomen. Een oplossing wordt besproken in sectie 4.2.5.6.

4.2.5 MPC toegepast op het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer

De eerste implementaties van de MPC regelaar zijn uitgevoerd voor het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer. Het wiskundig model dat hiervoor gebruikt zal worden, is besproken in sectie 4.2.1 en is schematisch weergegeven in figuur 4.4 op pagina 37. Na het kwantificeren van de regelobjectieven en beperkingen uit sectie 4.2.3 worden kort de veronderstelde aannames, de simulatiedata en de resultaten voor de huidige regelaar toegelicht. Vervolgens worden de verschillende MPC-implementaties besproken. In elke MPC-implementatie wordt gewerkt met een horizon van 48 uur omdat dit de grootste tijdspanne is waarvoor de neerslagvoorspellingen nog voldoende betrouwbaar zijn.

4.2.5.1 Regelobjectieven en beperkingen

De regelobjectieven en beperkingen m.b.t. het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer voor de drie kleppen (k_A , k_{K7} en k_D) en voor de drie waterniveaus (de stroomopwaartse en -afwaartse waterhoogten h_{opw} en h_{afw} van de Demer en het wachtbekken Schulensmeer h_s) zijn de volgende:

- Tijdens lichte regenval moet de opwaartse waterhoogte zo dicht mogelijk bij 21.5 m gestuurd worden. Daarnaast moet het Schulensmeer zo dicht mogelijk bij 20.4 m blijven.
- De fysieke onder- en bovengrenzen voor de drie kleppen zijn:
 - $20 \text{ m} \leq k_A \leq 23 \text{ m}$;
 - $20.03 \text{ m} \leq k_{K7} \leq 23 \text{ m}$;
 - en $18.9 \text{ m} \leq k_D \leq 22.9 \text{ m}$.
- De kleppen mogen niet sneller bewegen dan 0.1 m/uur.
- De bewakingsgrenzen voor de opwaartse en afwaartse waterhoogte zijn gelijk aan 23 m, resp. 22.55 m. De veiligheidsgrens voor het wachtbekken is 23 m.
- De overstromingsgrenzen zijn:
 - $h_{opw} \leq 23.2 \text{ m}$;
 - $h_s \leq 23.2 \text{ m}$;
 - en $h_{afw} \leq 22.75 \text{ m}$.

Al de vermelde hoogten zijn t.o.v. het gemiddelde zeeniveau bij eb te Oostende (Tweede Algemene Waterpassing, TAW).

4.2.5.2 Aannamen

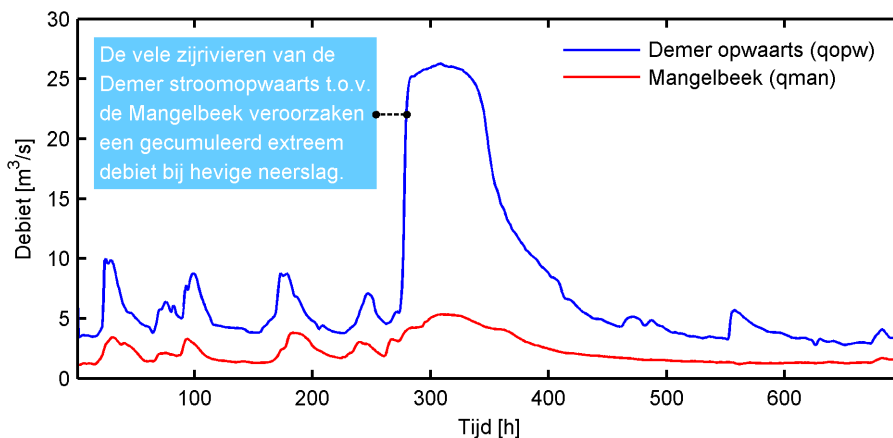
Voor de implementaties en de simulaties zijn de volgende veronderstellingen gemaakt:

- Het model van de Demer komt perfect overeen met de realiteit. Er is geen *plant-model mismatch*. (Doordat dit model echter benaderd zal worden door lineaire modellen en het optimalisatieprobleem slechts één keer per tijdstap opgelost kan worden (zie sectie 4.1.2.1), komen het procesmodel en het simulatiemodel toch niet volledig overeen.)
- Er wordt verondersteld dat de toestanden x_k van de Demer op eender welk moment gekend zijn. Er is dus geen toestandschatter nodig die op basis van metingen een schatting geeft van de toestanden.
- Er zit geen onzekerheid op de voorspellingen van de opwaartse neerslagafstromingsdebieten, deze komen perfect overeen met de echte data.

De twee eerste thema's vormen toekomstige onderzoeksdomeinen. De invloed van onzekerheid op de neerslagvoorspelling wordt onderzocht in sectie 4.2.7.

4.2.5.3 Neerslagdata

Figuur 4.8 toont de tijdreeksen voor de twee storingangen q_{opw} en q_{man} van het model. Deze tijdreeksen zijn gebaseerd op de zware overstromingen van september 1998. Deze storingangen zijn gebruikt voor alle simulaties, tenzij anders vermeld. Voor simulaties die langer duren dan de lengte van deze tijdreeksen zijn de neerslag en de bijhorende debieten constant verondersteld.



Figuur 4.8: De data voor de storingangen voor het wiskundige model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer gebaseerd op de overstroming in september 1998.

Het binnenkomend debiet uit de Mangelbeek (q_{man}) blijft beperkt omdat dit een zijrivier is. Het binnenkomend debiet uit de Demer zelf (q_{opw}) is veel groter omdat dit feitelijk een cumulatie is over de vele voorafgaande zijrivieren.

4.2.5.4 Simulatie met de huidige regelaar

De huidige regelaar is een drie-standen regelaar. Een standaard drie-standen regelaar probeert de waterniveaus naar hun referentiewaarden te sturen op basis van de volgende regels [23]:

- Indien het waterniveau in een beperkt gebied rond de referentiewaarde ligt, wordt de klepstand niet veranderd.
- Indien het waterniveau hoger ligt dan een bovengrens, wordt de klep lager gezet.
- Voor een te laag waterniveau wordt de klep hoger gezet.

De drie-standen regelaar die de lokale wateradministratie gebruikt om de sluizen te controleren, is geavanceerder. De standaardregels worden gebruikt tijdens lichte regenval. Bij zware regenval worden deze regels aangepast zodat ze gericht zijn op het voorkomen van overstromingen. Deze regels zijn gebaseerd op vele jaren van ervaring met het regelen van de Demer.

De resultaten voor de huidige regelaar voor de storingangen uit figuur 4.8 staan in figuur 4.9:

- Vóór de zware regenperiode slaagt de regelaar er niet in het wachtbekken Schulensmeer (h_s) leeg te houden. Tegelijkertijd vertoont de Demer stroomopwaarts (h_{opw}) zeer grote schommelingen rond de referentiewaarde van 21.5 m.
- Gedurende de zware regenperiode slaagt de regelaar er niet in om overstromingen te voorkomen. Zowel de Demer stroomopwaarts als het Schulensmeer schenden de overstromingsgrens met 1 cm. Stroomafwaarts (h_{afw}) overstroomt de Demer met 40 cm.
- Na de zware regenval stuurt de regelaar opwaartse waterhoogte van de Demer naar de gewenste waarde maar wordt het reservoir zeer traag geleidigd.

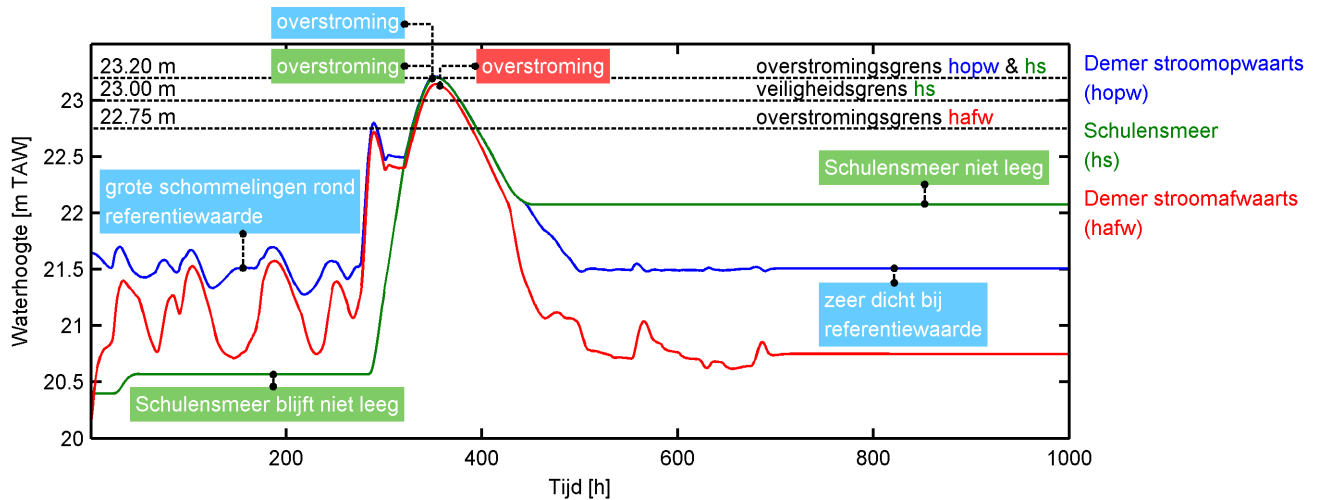
Door de zware regenperiode van in 1998 tweemaal kort na elkaar te simuleren kan de invloed nagegaan worden van hoge storingangen op de regelaar voor een Demer die reeds extra regen te verwerken kreeg. De resultaten hiervan voor de drie-standen regelaar staan in figuur 4.10. Hier is te zien dat de drie waterhoogten zeer zwaar overstromen. Dit komt omdat de regelaar het reservoir onvoldoende snel ledigt tussen de twee zware regenbuien waardoor een te kleine buffercapaciteit voor handen is.

4.2.5.5 Eerste implementatie

De regelobjectieven en beperkingen Een eerste implementatie van de regelobjectieven en beperkingen uit sectie 4.2.5.1 staat in algoritme 4.1. Het eerste deel van het algoritme staat in voor met het instellen van de bovengrenzen voor het Schulensmeer (h_s) en de stroomopwaartse (h_{opw}) en -afwaartse (h_{afw}) waterhoogte van de Demer afhankelijk van hun maximale waarde binnen de horizon. Daarnaast worden voor de stroomopwaartse en -afwaartse waterhoogte de relatieve gewichten bepaald voor de doelfunctie. Een belangrijke opmerking hierbij is dat INCA werkt met omgekeerde gewichten i.f.v. belangrijkheid: hoe lager de gewichten, hoe groter de impact van het signaal op de doelfunctie.

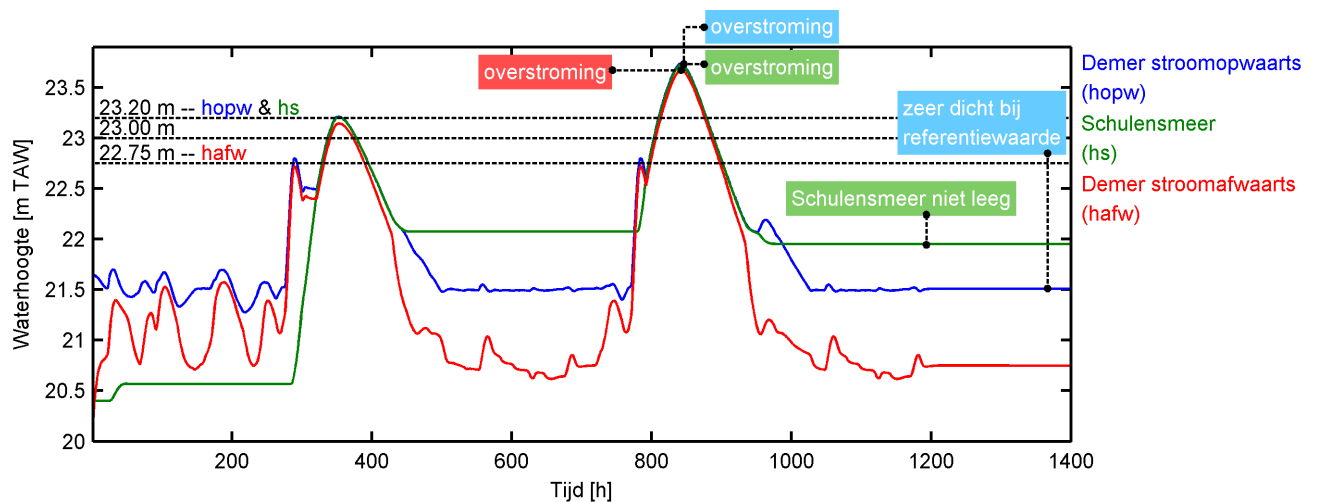
Het gewicht voor het Schulensmeer is afhankelijk van de twee waterstanden van de Demer. Indien geen van beide waterhoogten binnen de horizon hun bewakingsgrens gaan overschrijden, is het niet toegelaten het wachtbekken te vullen en krijgt deze een laag gewicht (d.i. een grote impact op de doelfunctie). In het andere geval is het gewicht afhankelijk van de hoogte van het wachtbekken zelf. Zo zijn grote afwijkingen t.o.v. de referentiewaarde toegelaten indien het wachtbekken binnen de horizon onder de veiligheidsgrens blijft.

4. PRAKTISCHE UITWERKING MET DE INCA SOFTWARE VAN IPCOS



Figuur 4.9: De simulatieresultaten voor de drie-standen regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998.

Vóór de grote regenval vertoont de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) grote schommelingen rond de referentiewaarde van 21.5 m en stijgt het water in het Schulensmeer (h_s) met meer dan 10 cm waardoor buffercapaciteit verloren gaat. Tijdens de zware regenval overstromen beiden met 1 cm terwijl de stroomafwaartse waterhoogte (h_{afw}) zwaar overstroomt met 40 cm. Na de hevige regen keert de opwaartse waterhoogte terug naar 21.5 m, maar zakt het Schulensmeer niet meer terug tot 20.4 m. Dit gebeurt echter heel traag.



Figuur 4.10: De simulatieresultaten voor de drie-standen regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij kort tweemaal na elkaar de grote was uit september 1998 herhaald wordt.

Omdat de regelaar tussen de twee zware regenperiodes er niet in slaagt het wachtbekken voldoende te ledigen, overstromen het Schulensmeer ($h_s = 23.72$ m) en de Demer stroomopwaarts ($h_{opw} = 23.74$ m) en -afwaarts ($h_{afw} = 22.67$ m) zeer sterk tijdens de tweede grote was.

Algoritme 4.1: Uitwerking van de regelobjectieven en beperkingen voor de eerste implementatie van de MPC regelaar voor het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer.

```

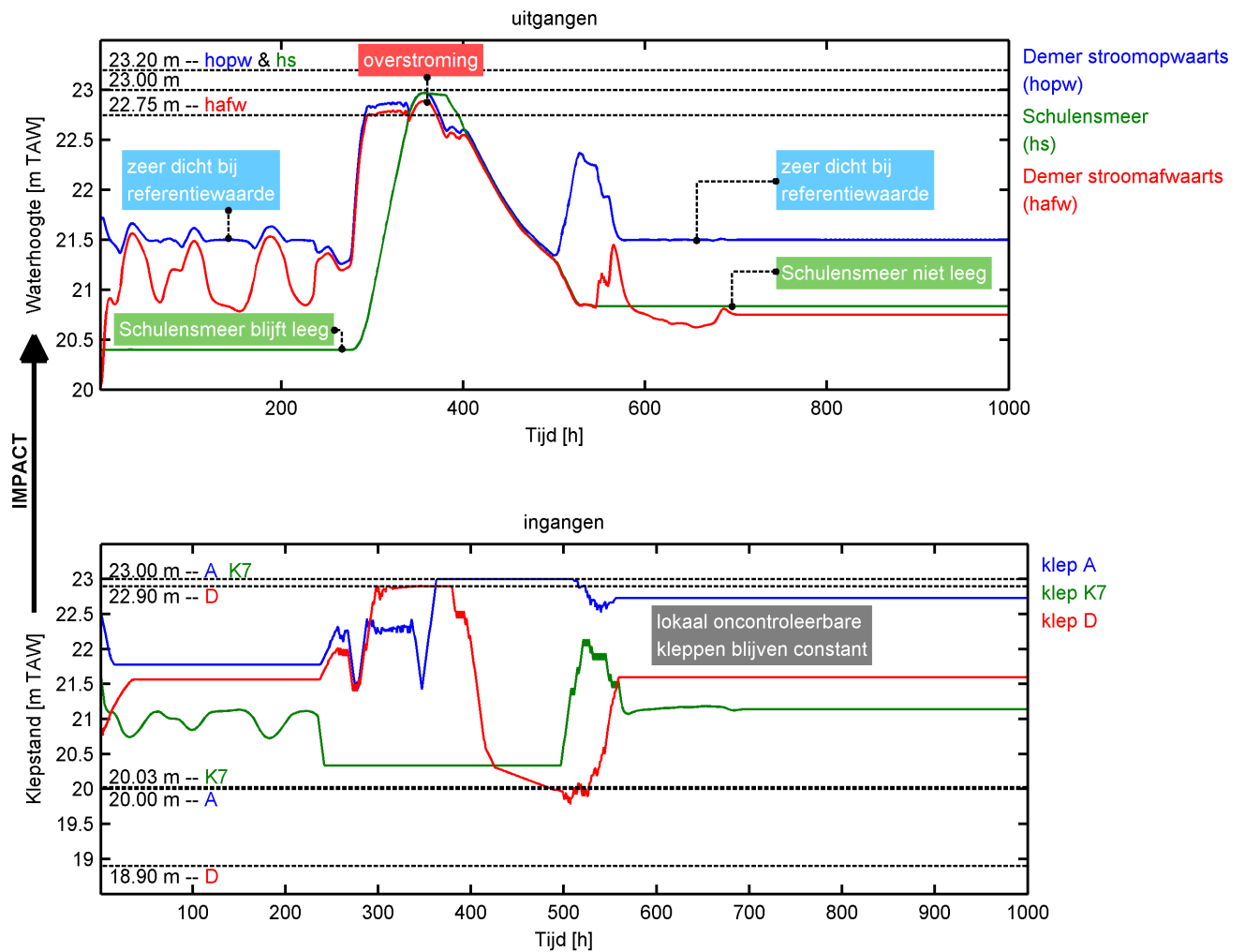
1 if  $\max(\text{hopw.prediction}) < 23$  then
2   | hopw.upperlimit = 23 // bewakingsgrens
3   | hopw.weight = 1;
4 else
5   | hopw.upperlimit = 23.2 // overstromingsgrens
6   | hopw.weight = 0.001;
7 end
8 if  $\max(\text{hafw.prediction}) < 22.55$  then
9   | hafw.upperlimit = 22.55 // bewakingsgrens
10  | hafw.weight = 1000;
11 else
12  | hafw.upperlimit = 22.75 // overstromingsgrens
13  | hafw.weight = 0.01;
14 end
15 if  $\max(\text{hs.prediction}) < 23$  then
16  | hs.upperlimit = 23 // veiligheidsgrens
17 else
18  | hs.upperlimit = 23.2 // overstromingsgrens
19 end
20 if  $\max(\text{hopw.prediction}) < 23 \ \& \ \max(\text{hafw.prediction}) < 22.55$  then
21  | hs.weight = 0.01 // reservoir niet vullen
22 else
23  | // reservoir vullen
24  | if  $\max(\text{hs.prediction}) < 23$  then
25  |   | hs.weight = 1000 // reservoir zit nog onder zijn veiligheidsgrens
26  |   | else
27  |   |   | if  $\max(\text{hs.prediction}) < 23.2$  then
28  |   |   |   | hs.weight = 1 // voorkomen dat het reservoir overstroomt
29  |   |   |   | else
30  |   |   |   |   | hs.weight = 0.0001 // voorkomen dat het reservoir verder overstroomt
31  |   |   |   |   | end
32  |   |   |   | end
33  |   | end
34  | end

```

De resultaten De resultaten van deze implementatie in combinatie met de INCA Software voor de storingangen uit figuur 4.8 zijn te zien in figuur 4.11:

- Tijdens de eerste periode van lichte regenval blijft het Schulensmeer leeg: de waterstand wijkt niet af van 20.4 m. Daarnaast schommelt de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) dicht rond de referentiewaarde van 21.5 m. Dit is reeds een goede verbetering tegenover de simulaties met de drie-standen regelaar.
- Gedurende deze periode blijven de kleppen k_A en k_D lange tijd constant. Dit komt omdat ze allebei oncontroleerbaar zijn: k_A is hoger dan h_{opw} en h_s , k_D is hoger dan h_s en h_{afw} . Wanneer het hard begint te regenen, stijgen deze waterniveaus waardoor beide kleppen automatisch terug in controleerbaar gebied komen en de regelaar ze terug gebruikt.
- Tijdens de zware regenval blijven zowel de opwaartse waterhoogte als het Schulensmeer ruim onder hun overstromingsgrens van 23.2 m. Ze blijven zelfs onder hun bewakingsgrens, resp. veiligheidsgrens van 23.0 m wat veel beter is dan de huidige regelaar. Dit is echter helemaal niet het geval voor afwaartse waterhoogte (h_{afw}) die de overstromingsgrens van 22.75 m overschrijdt met 15 cm. Deze resultaten stroomafwaarts zijn wel al beter vergeleken met de huidige regelaar, maar zijn toch nog niet voldoende. De oorzaak dat deze zo hoog komt te liggen, kan gevonden worden door te kijken naar de ingangen. Klep k_{K7} blijft tijdens de zware regenval zeer laag staan waardoor het water niet stroomopwaarts bijgehouden wordt en gewoon doorstroomt naar h_{afw} . De regelaar kan/wil k_{K7} niet verhogen omdat deze klep oncontroleerbaar is.
- Na de grote regenval dalen de drie waterhoogten totdat de klep k_{K7} terug controleerbaar is en deze de hoogte inschiet. Dit in combinatie met de hoge klepstand van k_A zorgt ervoor dat het water stroomopwaarts (h_{opw}) opgehouden wordt zodat het Schulensmeer (h_s) en de stroomafwaartse waterstand (h_{afw}) sneller dalen.
- Na deze korte stijging daalt de Demer stroomopwaarts eventjes waardoor afwaartse waterstand stijgt. Tegelijkertijd stijgt de klep k_D om te voorkomen dat water in het reservoir binnenloopt. Na een bepaalde tijd komt deze echter in oncontroleerbaar gebied te liggen. Hierdoor liggen de kleppen k_A en k_D te hoog en zijn ze oncontroleerbaar waardoor het water niet meer weg kan uit het reservoir, ook al staat het water in de Demer stroomafwaarts lager dan in het reservoir ($h_{afw} < h_s$). Hierdoor blijft het wachtbekken 44 cm liggen boven de gewenste waarde (wat wel een grote verbetering is tegenover de drie-standen regelaar). De regelaar concludeert uit de lineaire modellen dat het niet mogelijk is om het Schulensmeer te laten zakken en gebruikt de enige controleerbare klep k_{K7} om de Demer stroomopwaarts naar de referentie van 21.5 m te sturen.
- Er valt op te merken dat na ongeveer 550 uur klep k_A beweegt zonder dat de opwaartse waterstand van de Demer of het Schulensmeer boven de klep zijn gekomen. Dit komt omdat binnen de horizon voor dat tijdstip de voorspelde waarden van één van beide waterstanden boven klep k_A komt en de klep op minstens één tijdstip wel controleerbaar is. De oplossing van het optimalisatieprobleem kan dan zijn dat de klep op dat tijdstip binnen de horizon zeer laag moet staan waardoor de vorige kleppen binnen de horizon mee moeten zakken (omwille van de beperking op de beweging van kleppen van 0.1 m/uur). Het is dus niet noodzakelijk dat op het huidige tijdstip de klep controleerbaar moet zijn om deze te kunnen bewegen.

De oncontroleerbaarheid van de kleppen in bepaalde periodes heeft duidelijk een nefaste invloed op de resultaten. Dit probleem wordt in de volgende implementatie verholpen.



Figuur 4.11: De simulatieresultaten voor de eerste implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998.

Vóór de grote regenval blijft de stroomopwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) rond de referentiewaarde van 21.5 m en stijgt het water in het wachtbekken Schulensmeer (h_s) niet. Tijdens de zware regenval hebben beide waterhoogten een overstromingsmarge van meer dan 20 cm terwijl de Demer stroomafwaarts (h_{afw}) zwaar overstroomt (22.9 m). Na de hevige regen keert de opwaartse waterhoogte terug naar 21.5 m maar geraakt het wachtbekken niet volledig leeg. Bij de kleppen vallen de constante waarden op bepaalde tijdstippen op. Deze hebben een negatieve invloed op de performantie. Zo blijft bijvoorbeeld de klep k_{K7} te laag staan tijdens de hevige regenval waardoor al het water zeer snel doorstroomt naar het stroomafwaartse gedeelte van de Demer. Hierdoor vindt hier de vermelde grote overstroming plaats.

4.2.5.6 Tweede implementatie

Opvangen van oncontroleerbare kleppen De problemen i.v.m. de oncontroleerbare kleppen kunnen op een eenvoudige manier opgelost worden. Het volstaat dat de regelaar de oncontroleerbare kleppen terug naar het controleerbare gebied stuurt. Dit kan gebeuren door niet alleen te werken met een referentiewaarde voor de uitgangen, maar ook voor de ingangen. Indien deze referentiewaarde in het controleerbare gebied ligt en het gewicht voor de afwijking van de klep t.o.v. zijn referentiewaarde voldoende belangrijk is, zal de oncontroleerbare klep gedwongen worden naar het controleerbare gebied te gaan. Voor de controleerbare kleppen moet deze afwijking minder belangrijk genomen worden zodat de regelaar voldoende vrijheid heeft om met deze ingangen de uitgangen optimaal te sturen.

Het detecteren van oncontroleerbare kleppen kan via de matrix B_k van de lineaire modellen. Indien een kolom i van B_k volledig uit nullen bestaat, is de bijhorende ingang $u_k(i)$ oncontroleerbaar op tijdstip k binnen de horizon. Bijgevolg moet het gewicht en de referentiewaarde aangepast worden. Voor een te hoge klep is de referentiewaarde gelijk aan een waarde net onder de hoogste waterhoogte, in het andere geval aan de laagste waterhoogte. Voor controleerbare kleppen is de referentiewaarde gelijk aan de klepstand zelf.

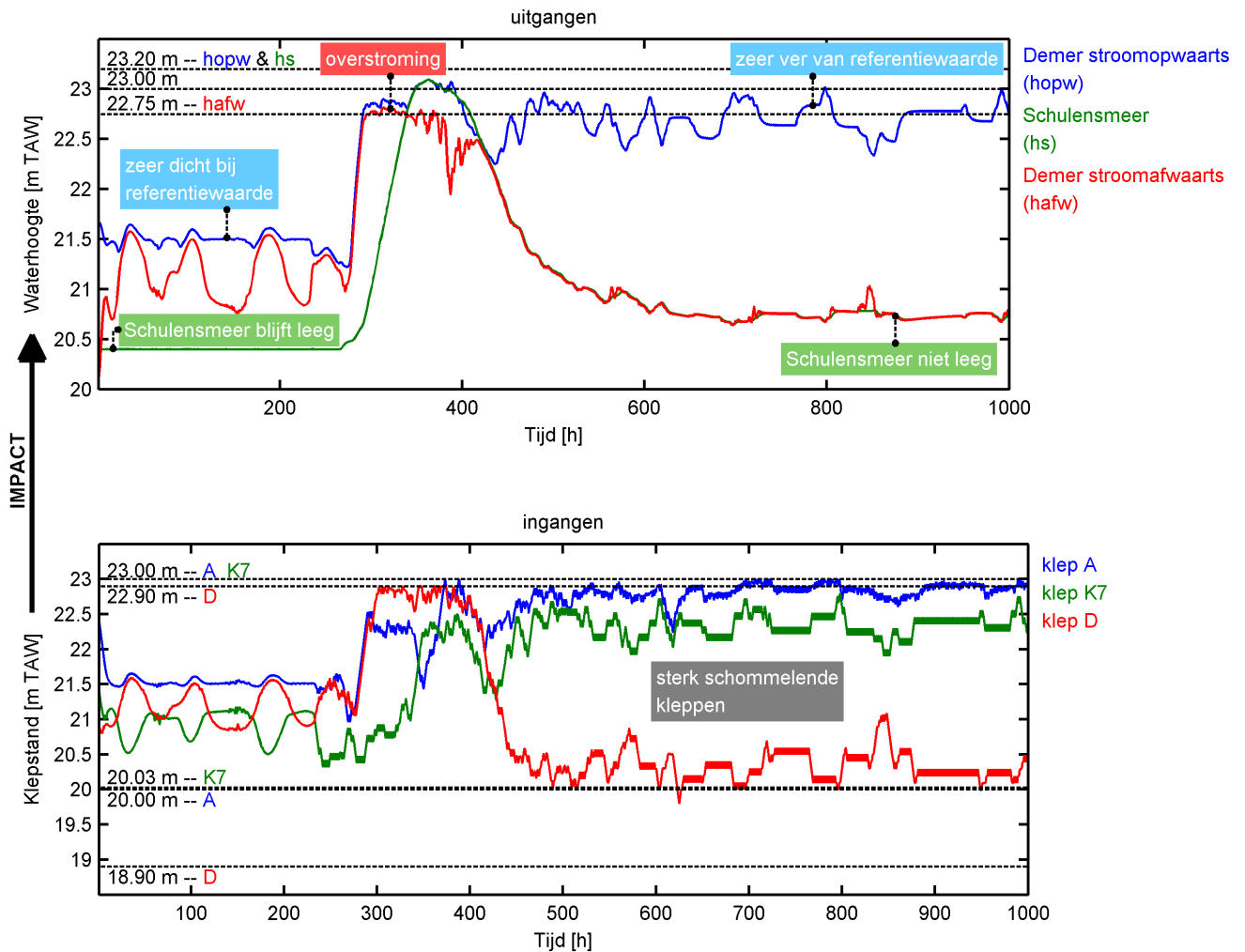
De regelobjectieven en beperkingen Voor elke ingang moet een tijdsvariabele referentiesequentie en gewichtssequentie opgesteld worden over de hele horizon. De tijdsvariabele referentiesequentie is mogelijk met de INCA Engine, de tijdsvariabele gewichtsequentie echter niet. Er is maar één gewicht mogelijk per ingang over de hele horizon. Daarom wordt de wegingsfactor als belangrijk (lees: een lage waarde) ingesteld indien de eerste ingang binnen de horizon oncontroleerbaar is en in het andere geval onbelangrijk. Hiervoor is algoritme 4.1 uitgebreid tot algoritme 4.2. De variabele `oncontrol` is een Booleaanse variabele die aanduidt per klep of deze op het eerste tijdstip in de horizon controleerbaar (= 0) is of niet (= 1). De methode voor het genereren van de referentiesequentie is hier niet weergegeven.

Algoritme 4.2: Uitwerking van de regelobjectieven en beperkingen voor de tweede implementatie van de MPC regelaar voor het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer.

```
1 for elke klep  $k$  do  
2   |  $k.weight = 100*(1-k.oncontrol) + 5*k.oncontrol$ ;  
3 end  
4 voer Algoritme 4.1 uit;
```

Resultaten De resultaten voor de nieuwe implementatie voor de MPC regelaar staan in figuur 4.12. De volgende zaken kunnen hieruit afgeleid worden:

- Tijdens de eerste lichte regenval blijven de kleppen k_A en k_D niet meer constant, maar schommelen ze net boven stroomopwaartse (h_{opw}), resp. stroomafwaartse (h_{afw}) waterhoogte. Hierdoor behoudt de regelaar controle over deze kleppen en kunnen ze direct reageren indien plots een zware regenbui plaatsvindt.
- Ondanks dat de kleppen k_A en k_D naar het controleerbare gebied gedwongen worden, zorgt dit niet voor een ongewilde stijging van het wachtbekken: de waterstand blijft



Figuur 4.12: De simulatieresultaten voor de tweede implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data uit september 1998.

Tegenover de eerste implementatie zijn de resultaten tijdens de zware regenval voor de Demer stroomafwaarts (h_{afw}) sterk verbeterd doordat k_{K7} controleerbaar blijft. De maximale waterstand is gedaald van 22.9 m tot 22.82 m. Hierdoor is de marge voor het Schulensmeer (h_s) en de Demer stroomopwaarts (h_{opw}) wel gedaald tot 10 cm. Na de hevige regen geraakt het wachtbekken niet volledig leeg en wordt de opwaartse waterhoogte niet teruggebracht naar 21.5 m. In tegenstelling tot de eerste implementatie blijven de kleppen nu wel controleerbaar. De prijs die hiervoor betaald moet worden, zijn de hevige klepschommelingen.

op de referentiewaarde van 20.4 m. Verder blijft de opwaartse waterhoogte rond haar referentiewaarde van 21.5 m zoals bij de vorige implementatie.

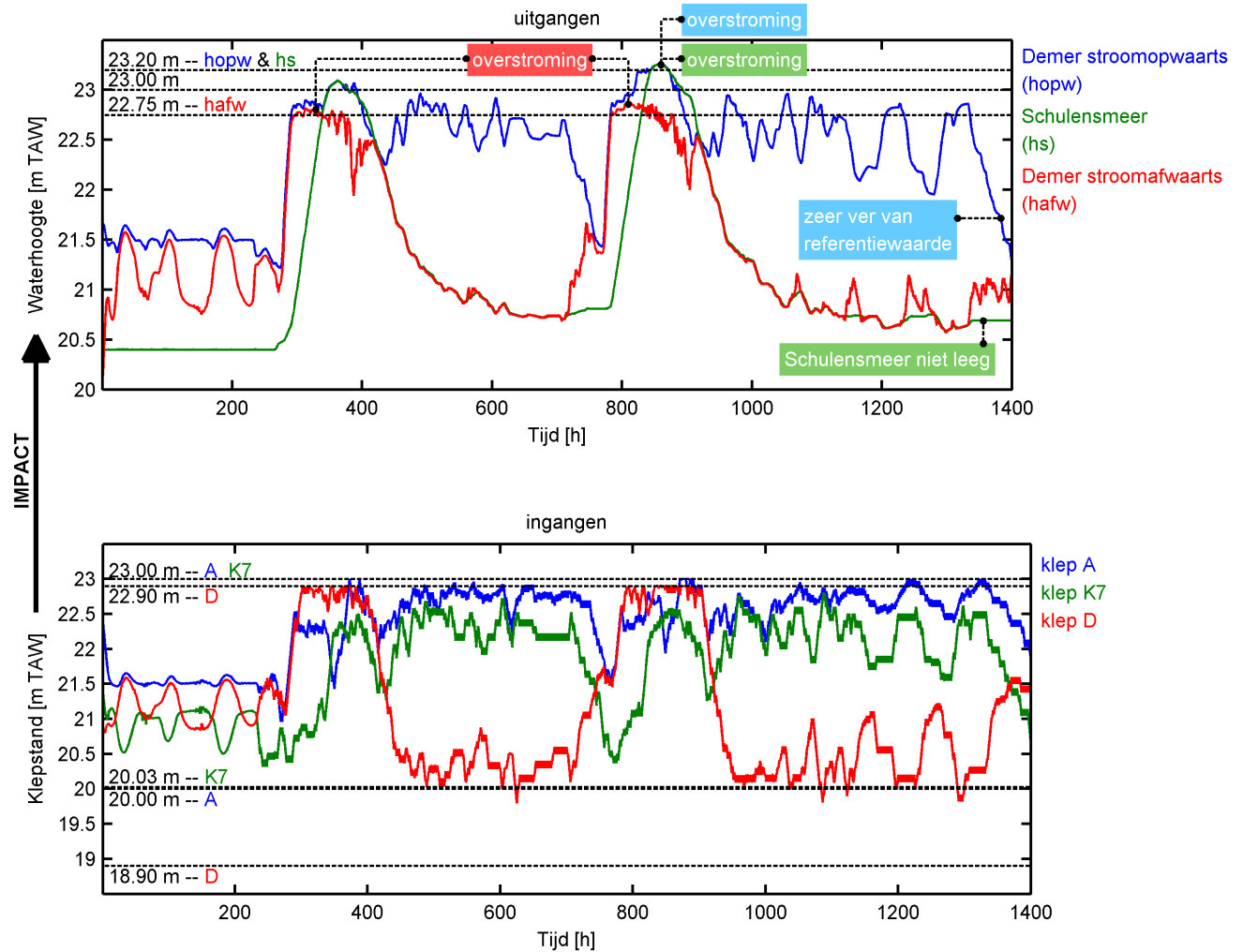
- Tijdens de zware regenperiode zijn overstromingen merkbaar stroomafwaarts van de Demer (h_{afw}). De grootte van deze overstromingen zijn sterk afgenomen tegenover de vorige regelaar. De hoogste waterstand voor h_{afw} is gedaald van 22.9 m tot 22.82 m. De prijs voor deze verbetering is een stijging bij het Schulensmeer en de Demer stroomopwaarts. Beiden blijven niet meer onder de bewakings- of veiligheidsgrens van 23 m maar

- ze hebben wel nog een marge van 10 cm tegenover de overstromingsgrens van 23.20 m.
- De reden achter de verbeterde resultaten ligt bij klep k_{K7} . De klep wordt tijdens de zware regenperiode gedwongen mee te stijgen met de waterhoogten. Hierdoor blijft deze controleerbaar en kan de regelaar de klep gebruiken om het water stroomopwaarts bij te houden zodat het afwaartse waterniveau beter onder controle blijft. De resultaten zijn hierdoor veel beter dan voor de drie-standen regelaar. De verbetering komt door stroomopwaarts extra berginsmarge beschikbaar te maken door extra water door te laten stromen vóór dat de zware regenbui zich manifesteert.
 - Na de zware regenperiode wordt het reservoir niet volledig geleidigd: de waterstand blijft steken op een hoogte van 20.74 m. Dit is slechts een verbetering van 10 cm tegenover de eerste regelaar. Deze verbetering komt door de klep k_D mee te laten zakken met de afwaartse waterhoogte van de Demer. Hierdoor kan het wachtbekken mee zakken op de momenten dat het hoger ligt dan de Demer stroomafwaarts.
 - Naast het feit dat het reservoir niet volledig leeg geraakt, blijft de opwaartse waterhoogte niet meer mooi liggen op de referentiewaarde van 21.5 m zoals bij figuur 4.11: de opwaartse waterhoogte zit heel de tijd te schommelen rond een veel te grote waarde.
 - Tenslotte schommelen de kleppen zeer hevig gedurende de simulatie.

De drie laatste punten staan in verband met elkaar. Doordat de afwijking van het Schulensmeer (h_s) t.o.v. haar referentiewaarde belangrijker is dan de afwijking voor de waterstand stroomopwaarts (h_{opw}), zal de regelaar vooral proberen het Schulensmeer naar haar referentiewaarde te sturen en pas in tweede instantie rekening houden met de opwaartse afwijkingen. Zolang er een afwijking is voor Schulensmeer, is de stroomopwaartse afwijking van ondergeschikt belang. Verder is de blijvende afwijking van het Schulensmeer tegenover 20.4 m het gevolg van de benadering die gemaakt wordt door het niet-lineaire model te vervangen door een reeks lineaire modellen voor het optimalisatieprobleem. Door deze benadering komen de voorspelde uitgangen met de lineaire modellen soms zeer slecht overeen met de echte uitgangen. Zo komt het vaak voor dat de regelaar denkt dat hij binnen de horizon van 48 uur het wachtbekken leeg krijgt terwijl het niveau van het reservoir eigenlijk constant blijft of zelfs stijgt. Dit zorgt ook voor de schommelingen bij de kleppen. Doordat de voorspelde uitgangen soms sterk verschillen met de echte uitgangen moet de regelaar continu bijsturen. Daarnaast worden de schommelingen veroorzaakt door de controle op de controleerbaarheid. De oncontroleerbare kleppen worden gedwongen naar het controleerbare gebied terug te keren, maar vaak is het net optimaal om de kleppen op de rand van het controleerbare gebied te houden. Dit zorgt ervoor dat in deze situatie de klep in controleerbare toestand naar het oncontroleerbare gebied gestuurd wordt en omgekeerd, wat de schommelingen teweegbrengt. Om deze drie problemen op te lossen zou INCA het QP eigenlijk meermaals moeten oplossen per tijdstip. Voor elke tussenoplossing moeten nieuwe lineaire modellen afgeleid worden waarmee een nieuwe tussenoplossing berekend wordt (zoals in overeenstemming met het “online linearisatie”-algoritme). Omdat de lineaire modellen slechts nauwkeurig zijn in een beperkt gebied rond de tussenoplossing, moet ook gewerkt worden met zekerheidsgebieden (*trust regions*). Zoals reeds gezegd in sectie 4.1.2.2 kan dit algoritme echter niet direct toegepast worden met de INCA Engine en is het niet mogelijk om dit op een eenvoudige manier uit te breiden.

Dit is voor de eerste maal dat het gebruik van INCA beperkingen oplegt op de haalbare prestatie. Desondanks zijn de resultaten voor en tijdens de zware regenperiode beduidend beter dan voor de huidige regelaar (figuur 4.9). De resultaten na de zware regenperiode moeten echter nog sterk verbeteren. Komt er immers een tweede zware regenbui (figuur 4.13), dan zullen

alle uitgangen overstroomen: de opwaartse waterhoogte en het reservoir stijgen tot 23.26 m en stroomafwaarts stijgt de waterhoogte tot 22.87 m. De regelaar slaagt er onvoldoende in het reservoir te ledigen tussen de twee zware regenperiodes.



Figuur 4.13: De simulatieresultaten voor de tweede implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij tweemaal kort na elkaar de grote was van september 1998 herhaald wordt.

Tijdens de tweede grote was overstroomden het stroomopwaartse (23.26 m) en -afwaartse (22.87 m) gedeelte van de Demer en het Schulensmeer (23.26 m) doordat de regelaar er niet in slaagt het reservoir voldoende te ledigen tussen de twee zware regenperiodes. Na de tweede grote was heeft de regelaar weer moeite om het reservoir te ledigen.

4.2.5.7 Derde implementatie

Ledigen van het reservoir De beste manier om te zorgen dat het reservoir helemaal geleidigd wordt, is het QP meermaals oplossen in combinatie met zekerheidsgebieden. Omdat dit niet mogelijk is met de huidige INCA Software, werd naar een andere oplossing gezocht. De implementatie hiervan is algoritme 4.3. De enige aanpassing t.o.v. algoritme 4.2 zit in een verandering van de gewichten voor de drie uitgangen indien er net een zware regenbui gepasseerd is. In deze situatie wisselen de rol van de stroomopwaartse (h_{opw}) en -afwaartse (h_{afw}) waterhoogte. Hierdoor zal de regelaar naast het Schulensmeer (h_s) voornamelijk rekening houden met de stroomafwaartse waterhoogte. Hierdoor zal de regelaar deze laatste waterstand laten zakken indien hij de waterhoogte voor het reservoir niet direct meer kan verbeteren. Doordat de stroomafwaartse waterstand onder het wachtbekken komt te liggen, kan het wachtbekken verder geleidigd worden. Deze verandering van de gewichten mag echter pas gebeuren indien een zware regenbui volledig gepasseerd is. Daarnaast moet de afweging tussen de twee waterhoogten van de Demer terug omwisselen zodra het wachtbekken opnieuw leeg is. Dit wordt gerealiseerd door de verandering van de gewichten door te voeren indien

- het reservoir te hoog staat (bijvoorbeeld hoger dan 20.41 m);
- en de stroomopwaartse en -afwaartse waterhoogten binnen de horizon hun beschermingsgrens niet schenden.

De eerste voorwaarde alleen betekent dat een zware regenbui plaatsvindt of plaatsgevonden heeft, de eerste en de tweede voorwaarde samen dat een zware regenbui plaatsgevonden heeft en voorbij is.

Algoritme 4.3: Uitwerking van de regelobjectieven en beperkingen voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer.

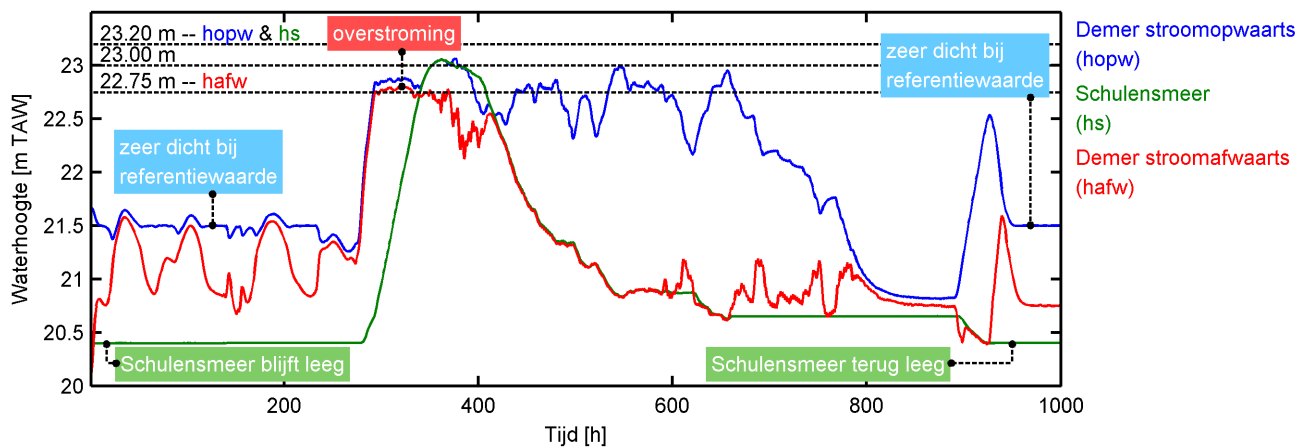
```
1 for elke klep k do
2   | k.weight = 100*(1-k.oncontrol) + 10*k.oncontrol;
3 end
4 voer Algoritme 4.1 uit;
5 if max(hopw.prediction) < 23 & max(hafw.prediction) < 22.55 & hs.present_value > 20.41
   then
6   | hs.weight = 0.01;
7   | hafw.weight = 1;
8   | hopw.weight = 1000;
9 end
```

Resultaten De resultaten voor de nieuwe implementatie voor de MPC regelaar staan in figuur 4.14. Omdat uit de klepstanden niet meer informatie kan afgeleid worden als uit de vorige figuren, worden hier enkel de uitgangen weergegeven. De elementen die overeenkomen met de resultaten voor de vorige implementatie worden slechts kort vermeld, enkel de nieuwe verbeteringen worden uitgebreider behandeld:

- Tijdens de eerste lichte regenval blijft het Schulensmeer (h_s) leeg en schommelt de opwaartse waterhoogte (h_{opw}) rond haar referentiewaarde. Tijdens deze periode stuurt de

regelaar de oncontroleerbare kleppen k_A en k_D steeds naar het controleerbare gebied, waardoor deze niet meer constant blijven.

- Tijdens de zware regenperiode zijn stroomafwaarts (h_{afw}) nog steeds overstromingen merkbaar. De grootte van deze overstromingen is nog verder afgenomen tegenover de vorige regelaar. Zo is de hoogste waterstand verder gedaald tot 22.80 m. Daarnaast komen het Schulensmeer en de opwaartse waterstand ook minder hoog dan daarvoor. Beiden hebben een marge van meer dan 13 cm t.o.v. de overstromingsgrens van 23.20 m. Net zoals bij de vorige regelaar komt dit vooral door de klep k_{K7} die controleerbaar blijft.
- Na de zware regenperiode wordt het reservoir volledig geleid. Om dit te verwezenlijken moet eerst de Demer stroomopwaarts sterk dalen voorbij de referentiewaarde van 21.5 m. Hierdoor is er voldoende marge om het binnenstromende water opwaarts bij te houden zodat de Demer stroomafwaarts en bijgevolg het Schulensmeer verder kunnen dalen.
- Nadat de regelaar het reservoir volledig leeg gekregen heeft, veranderen de gewichten en worden de stroomopwaartse afwijkingen weer belangrijker. Hierdoor schiet de stroomopwaartse waterhoogte zeer snel naar 21.5 m en blijft gedurende de rest van de simulatie even hoog.
- Ook hier schommelen de ingangen zeer sterk op bepaalde momenten. De redenen hiervoor zijn in de vorige sectie reeds aangehaald.

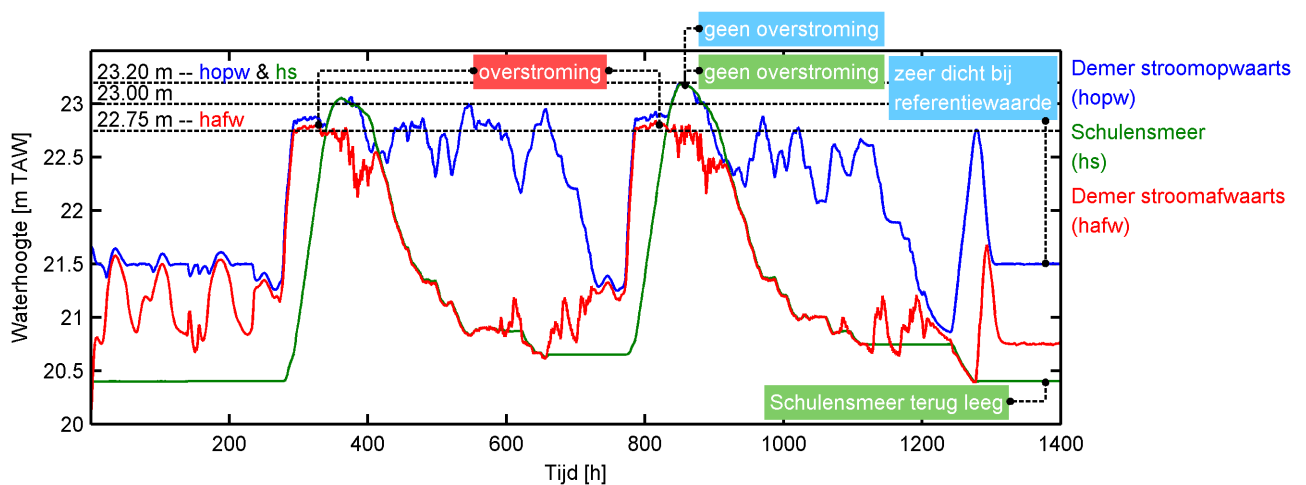


Figuur 4.14: De simulatieresultaten voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998.

Tegenover de tweede implementatie zijn de resultaten tijdens de zware regenval voor het stroomafwaartse deel van de Demer (h_{afw}) nog verder verbeterd. De maximale waterstand is verder gedaald tot 22.80 m. Ook de marges voor het Schulensmeer (h_s) en het stroomopwaartse deel (h_{opw}) zijn verbeterd met 13 cm en 14 cm. Na de hevige regen geraakt het reservoir volledig leeg en wordt h_{opw} teruggebracht naar de gewenste 21.5 m.

Ook de resultaten voor de dubbele zware regenperiode zijn goed (figuur 4.15):

- Tussen de twee zware regenbuien heeft de regelaar onvoldoende tijd om het reservoir helemaal leeg te krijgen (20.65 m). Dit heeft echter geen dramatische gevolgen: de regelaar slaagt erin om het reservoir net voldoende leeg te krijgen zodat de Demer stroomopwaarts en het Schulensmeer toch niet overstromen. Net zoals tijdens de eerste regenbui, vinden stroomafwaarts nu ook overstromingen plaats. De hoogste waterstand tijdens de tweede regenbui is 22.85 m wat slechts 5 cm meer is dan tijdens de eerste regenbui.
- Na de tweede regenbui zijn de resultaten zeer gelijkaardig als voor figuur 4.14. Het reservoir geraakt volledig leeg en de stroomopwaartse waterhoogte wordt naar 21.5 m gestuurd.



Figuur 4.15: De simulatieresultaten voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij tweemaal kort na elkaar de grote was uit september 1998 herhaald wordt.

Tijdens de tweede grote was overstromen het Schulensmeer (h_s) en de Demer stroomopwaarts (h_{opw}) niet terwijl de overstroming stroomafwaarts ($h_{afw} = 22.85$ m) niet veel groter is dan tijdens de eerste regenbui. De regelaar slaagt erin om het reservoir voldoende te ledigen tussen de twee zware regenperiodes. Na de tweede grote was wordt het reservoir geleidigd en keert de opwaartse waterhoogte terug naar de gevraagde 21.5 m.

De resultaten voor de ontwikkelde regelaar zijn dus veel beter dan voor de huidige regelaar (figuur 4.9 en 4.10). Dit komt omdat de MPC regelaar beter gebruik maakt van de aanwezige capaciteit. Zo dwingt de regelaar de stroomopwaartse waterhoogte soms om naar de beschermingsgrens te gaan zodat het reservoir verder geleidigd kan worden. Doordat MPC met een intern model werkt van de Demer kan de regelaar optimaal gebruik maken van de aanwezige marges om overstromingen te voorkomen en het reservoir te ledigen.

Opmerking De regelaar slaagt in het ledigen van het reservoir. De resultaten zijn echter sterk parametergevoelig: een kleine aanpassing van de gewichten kan er voor zorgen dat het reservoir niet meer geleidigd wordt. De resultaten tonen aan dat het zeker mogelijk is om met INCA de Demer te regelen, maar voor het ledigen van wachtbekkens op een robuustere manier, moet eerst de software uitgebreid worden zodat per tijdstip het QP meermaals opgelost wordt.

4.2.5.8 Kwantitatieve vergelijking

Tot nu toe werden de verschillende implementaties van de regelaars vergeleken op basis van visuele resultaten. Een andere manier is het vergelijken van de resultaten op een kwantitatieve basis. Dit is mogelijk door de volgende kostfunctie uit te rekenen voor elk van de simulaties:

$$c(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^l \text{factor}(i) \left[(\mathbf{y}_i - \mathbf{y}^{ref})^T Q (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}^{ref}) + \max(\mathbf{y}_i - \mathbf{grens}_1, 0)^T \mathbf{kost}_1 + \max(\mathbf{y}_i - \mathbf{grens}_2, 0)^T \mathbf{kost}_2 \right]. \quad (4.8)$$

Hier staat l voor de duur van de simulatie, \mathbf{y} voor de drie waterhoogten, \mathbf{y}^{ref} voor de referentiewaarden van de waterhoogten, \mathbf{grens}_1 voor de bewakings- en veiligheidsgrenzen en \mathbf{grens}_2 voor de overstromingsgrenzen. Q is een diagonaalmatrix en \mathbf{kost}_1 en \mathbf{kost}_2 zijn vectoren. De eerste term van de kostfunctie is een relatieve afweging van de afwijking van de drie waterhoogten t.o.v. hun referentiewaarden op tijdstip i . De tweede en derde term zijn extra kosttermen voor het overschrijden van de bewakingsgrenzen of veiligheidsgrens, resp. de overstromingsgrenzen. $\text{factor}(i)$ is een getal dat zeer groot is voor $l = i$ en één elders. Dit is om de afwijkingen op het einde van de simulatie extra zwaar te laten doorwegen omdat er slechts over een eindige horizon gesimuleerd is. De resultaten van deze kostfunctie voor de huidige regelaar en de drie implementaties staan in tabel 4.1 voor de volgende gewichten:

$$Q = \begin{bmatrix} 20 & & \\ & 100 & \\ & & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{kost}_1 = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{kost}_2 = \begin{bmatrix} 10000 \\ 10000 \\ 10000 \end{bmatrix}.$$

Deze tabel toont net als de grafieken dat de ontwikkelde MPC regelaar veel betere resultaten behaalt dan de huidige regelaar.

Tabel 4.1: Kwantitatieve vergelijking van de simulaties voor de historische data van september 1998 voor de huidige regelaar met de drie MPC implementaties voor het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer. Voor de simulatieresultaten van de verschillende regelaars is de kost op basis van vergelijking (4.8) berekend. De tabel toont duidelijk aan dat de MPC regelaar een verbetering is t.o.v. de huidige regelaar.

Regelaar	enkele regenbui	dubbele regenbui
huidige regelaar	694551	1796140
1ste implementatie MPC	145416	(niet uitgevoerd)
2de implementatie MPC	161417	302074
3de implementatie MPC	106934	231634

4.2.5.9 Besluit

De resultaten voor het kleine model zijn gedurende heel de simulatie veel beter voor de MPC regelaar dan voor de geavanceerde drie-standen regelaar. Zo slaagt de MPC regelaar erin om de belangrijkste waterhoogten dicht bij de referentiewaarde te sturen voor en na een zware regenbui en reduceert het de grootste overstroming van de Demer stroomafwaarts (h_{afw}) van 40 cm tot 5 cm. Daarnaast voorkomt de regelaar dat de Demer stroomopwaarts (h_{opw}) en het Schulensmeer (h_s) overstromen met een marge van meer dan 13 cm. Dit komt doordat de MPC regelaar intern met het model van de Demer werkt om de optimale klepstanden te bepalen. Verder houdt de regelaar ook actief rekening met de beschikbare marges. Hierdoor slaagt de regelaar er beter in om de waterhoogten naar hun bovenste grenzen te sturen en tegelijkertijd te voorkomen dat ze deze grenzen schenden. Daarnaast houdt MPC reeds op voorhand rekening met de neerslagvoorspellingen. Hierdoor maakt de MPC regelaar optimaal gebruik van de beschikbare marges.

Om deze resultaten te bekomen, is het van belang om te voorkomen dat de kleppen oncontroleerbaar worden. Dit wordt op een eenvoudige manier opgelost door te werken met een referentiewaarde voor de ingangen.

Tenslotte mag verondersteld worden dat de resultaten nog verbeterd kunnen worden. Stroomopwaarts en bij het Schulensmeer is er immers nog een overstromingsmarge aanwezig van 13 cm om de stroomafwaartse overstromingen te helpen voorkomen. Hiervoor moet de INCA Software echter uitgebreid worden zodat het QP meerdere keren per tijdstap kan opgelost worden met toevoeging van zekerheidsgebieden op de optimalisatievariabelen.

4.2.6 MPC toegepast op het Demermodel met de wachtbekkens Schulensmeer en Webbekom

Na het bespreken van de implementatie van de MPC regelaars voor het gereduceerde model, wordt in deze sectie de MPC regelaar voor het grote model van de Demer met de wachtbekkens Schulensmeer en Webbekom uit figuur 4.3 op pagina 37 besproken. De regelobjectieven en beperkingen voor dit model worden ingevuld in sectie 4.2.6.1. Na het vermelden van de aannames in sectie 4.2.6.2 worden de resultaten besproken voor de drie-standen regelaar en de MPC regelaar in secties 4.2.6.3 en 4.2.6.4.

4.2.6.1 Regelobjectieven en beperkingen

Omdat het aantal in- en uitgangen voor het grote model groot is, worden hier enkel de voornaamste regelobjectieven en beperkingen vermeld:

- Tijdens normale situaties moeten de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) en de Begijnendijk ($hb_{g_{opw}}$) zo dicht mogelijk bij respectievelijk 21.5 m en 23.8 m gestuurd worden.
- De kleppen mogen niet sneller bewegen dan 0.1 m/uur.
- Elke klep dient te bewegen tussen een onder- en een bovengrens.

- De veiligheidsgrenzen voor de wachtbekkens Schulensmeer (h_s) en Webbekom (h_w) zijn 23 m en 22 m. Daarnaast moeten bij lichte regenval de wachtbekkens zo dicht mogelijk bij 20.4 m, resp. 20 m blijven.
- De bewakingsgrens voor de opwaartse waterhoogte van de Demer is 23 m.
- De overstromingsgrenzen van de belangrijkste waterhoogten zijn:
 - $h_{opw} \leq 23.2$ m;
 - $h_s \leq 23.2$ m;
 - $h_2 \leq 22.737$ m (d.i. de waterhoogte bij de samenvloeiing van de Gete en de Herk met de Demer);
 - $hb_{gopw} \leq 24.84$ m;
 - $h_w \leq 22.4$ m;
 - $h_{gl} \leq 22$ m (d.i. de waterhoogte van de Grote Leigracht);
 - en $h_{afw} \leq 20.46$ m (d.i. de stroomafwaartse waterhoogte van de Demer).

4.2.6.2 Aannamen

Bij de simulaties wordt van dezelfde aannamen vertrokken als voor het kleine model:

- het model komt perfect overeen met de realiteit;
- al de toestanden zijn op elke moment gekend;
- en de voorspellingen van de opwaartse neerslagafstromingsdebieten zijn exact.

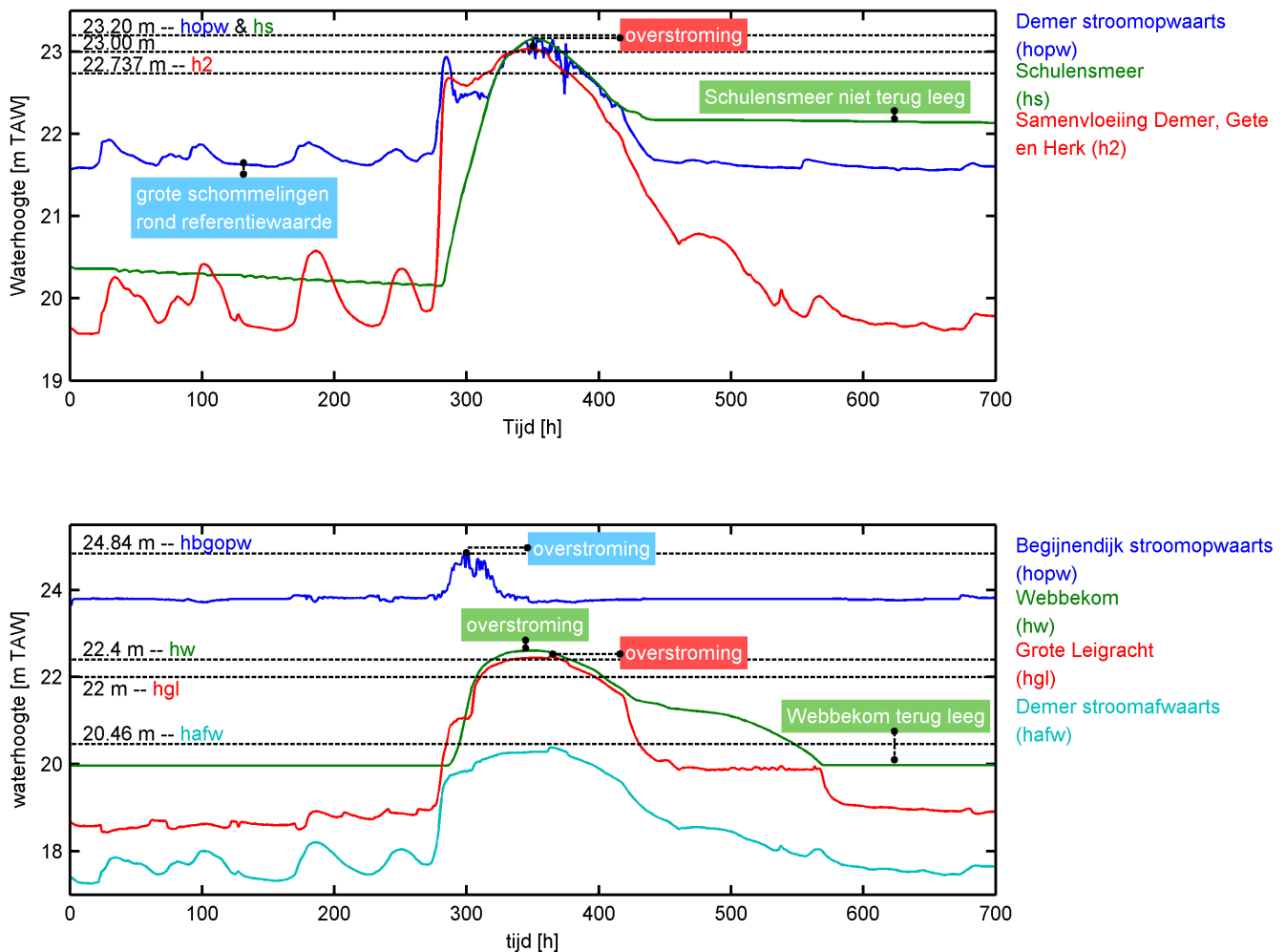
4.2.6.3 Simulaties met de huidige regelaar

De simulatieresultaten voor de drie-standen regelaar voor de historische regendata uit september 1998 zijn te zien in figuur 4.16:

- Vóór de zware regenbui slaagt de regelaar er niet in om de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) dicht rond de gewenste 21.5 m te houden. Voor de opwaartse waterhoogte van de Begijnendijk (hb_{gopw}) lukt dit veel beter en schommelt de waarde zeer dicht rond de gevraagde 23.8 m. Verder blijft het wachtbekken Webbekom (h_w) op de gevraagde waarde van 20 m, maar zakt het Schulensmeer (h_s) weg van 20.4 m.
- Tijdens de zware regenval zijn er geen overstromingen voor het Schulensmeer en de stroomopwaartse (h_{opw}) en -afwaartse (h_{afw}) waterhoogten van de Demer. Deze drie waterhoogten hebben nog een marge van resp. 4.3 cm, 1.6 cm en 8 cm. De andere waterhoogten overstroomden wel: de waterhoogte bij de samenvloeiing van de Demer, de Herk en de Gete (h_2) overstroomt met 30 cm, de Begijnendijk stroomopwaarts (hb_{gopw}) met 7 cm, de Grote Leigracht (h_{gl}) met 48 cm en het wachtbekken Webbekom (h_w) met 21 cm. Voor de overige waterhoogten uit het model vinden geen overstromingen plaats, behalve voor de Vlootgracht (h_{vg}) met 58 cm.
- Na de grote regenval keren de opwaartse waterhoogten van de Begijnendijk en de Demer terug naar hun referentiewaarde. Ook het wachtbekken Webbekom zakt terug tot de gevraagde waarde van 20 m. Dit is niet het geval voor het Schulensmeer. Deze blijft 1.7 m boven de gewenste waarde liggen en zakt slechts zeer traag verder.

De drie-standen regelaar slaagt er dus niet in om overstromingen te voorkomen door de wachtbekkens op een efficiënte manier te gebruiken. Verder heeft de regelaar het ook moeilijk om kleine storingen op te vangen zoals te zien is bij de grote schommelingen voor de opwaartse waterstand van de Demer.

4. PRAKTISCHE UITWERKING MET DE INCA SOFTWARE VAN IPCOS



Figuur 4.16: De simulatieresultaten voor het grote model van de Demer voor de drie-standen regelaar voor de historische data van september 1998.

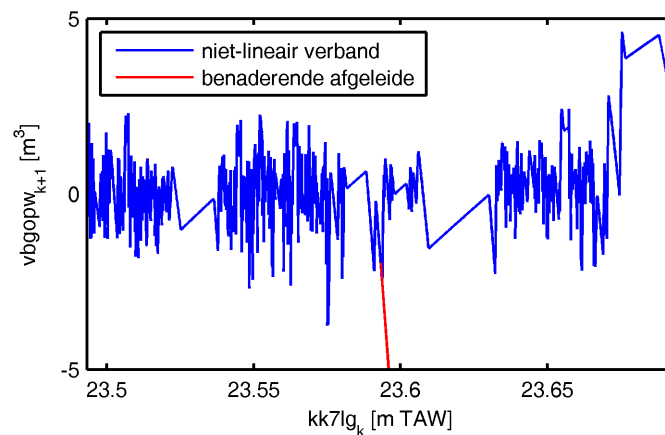
Vóór de periode van de zware regenval schommelt het stroomopwaartse deel van de Demer (h_{opw}) zeer hard rond de referentiewaarde van 21.5 m. Voor de stroomopwaartse waterstand van de Begijnendijk (h_{bgopw}) is de situatie beter: deze blijft zeer dicht bij haar referentie van 23.8 m. Tijdens de zware neerslag overstromen de Demer en haar zijrivieren op vele plaatsen. Bij de samenvloeiing van de Herk en de Gete met de Demer (h_2) vindt een overstroming van 30 cm plaats. Verder loopt het wachtbekken Webbekom (h_w) over met 20 cm en de Grote Leigracht (h_{gl}) met meer dan 50 cm. Na de zware neerslag daalt het wachtbekken Schulensmeer (h_s) slechts zeer langzaam. Dit is niet het geval voor Webbekom. Verder worden de stroomopwaartse waterhoogten van de Demer en de Begijnendijk rond hun referentiewaarde gehouden.

4.2.6.4 MPC-implementatie

De implementatie van de MPC regelaar voor dit grote model houdt direct rekening met de ervaringen opgedaan met het kleine model. Zo wordt het probleem van oncontroleerbare kleppen voorkomen. Daarnaast is de implementatie van de regelobjectieven en beperkingen zeer gelijkaardig. In tegenstelling tot de derde implementatie voor het kleine model is het hier niet

nodig om de gewichten aan te passen na een zware regenval om de reservoirs Schulensmeer en Webbekom te ledigen. Voor de rest is de implementatie analoog gebleven.

De invloed van de conditionering van het QP Tijdens de eerste simulaties slaagde INCA er niet in om het QP op elk tijdstip op te lossen. Dit kwam omdat het QP slecht geconditioneerd was doordat de Hessiaan een verhouding had van de maximale eigenwaarde tot de minimale eigenwaarde groter dan 10^{30} . De reden voor dit slecht conditiegetal kan gedeeltelijk gevonden worden bij de schrijfwijze van het QP. Door de toestanden uit het QP te elimineren (zie sectie 3.2.3.3), worden de verschillende A_k matrices van de lineaire toestandsruimtemodellen met elkaar vermenigvuldigd. Omdat verschillende elementen in deze matrices zeer groot worden en een verschillend teken hebben, zorgen deze vermenigvuldigingen voor problemen. Deze grote elementen betekenen eigenlijk dat afgeleiden zeer groot worden en dit is ook te zien in figuur 4.17. Vermits het niet-lineaire verband tussen de variabelen zeer hard schommelt, is de eerste afgeleide enorm groot en slechts heel lokaal een goede benadering.



Figuur 4.17: De benadering van het niet-lineaire verband tussen de klep k_{k7lg} aan de Leugenbeek op tijdstip k en het volume stroomopwaarts bij de Begijnendijk ($vbgopw$) op tijdstip $k + 1$. De benadering met de eerste afgeleide is slechts geldig in een heel beperkt gebied door de hevige schommelingen. Deze zorgen voor grote getallen met een verschillend teken in de matrices A_k waardoor het QP slecht geconditioneerd is.

De slechte conditionering van het QP kan met volgende oplossingen aangepakt worden:

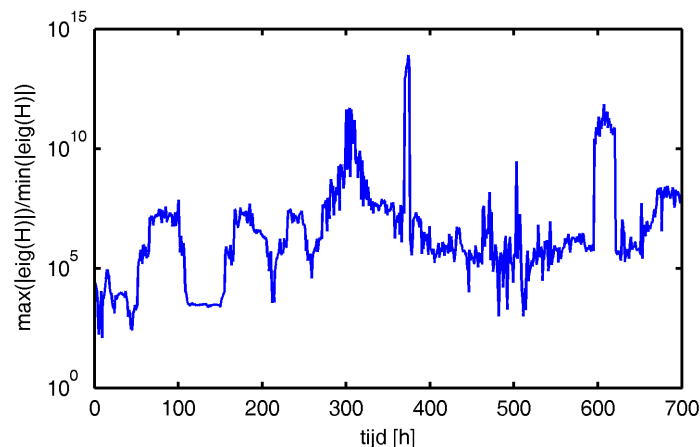
- Herschrijf het optimalisatieprobleem als een QP waarbij de modelvergelijkingen overeenkomen met gelijkheidsbeperkingen. Hierdoor wordt voorkomen dat de verschillende matrices A_k met elkaar vermenigvuldigd moeten worden. Deze schrijfwijze heeft wel het nadeel dat het aantal optimalisatievariabelen en hierdoor de rekentijd sterk toenemen.
- Verklein de horizon waarmee gewerkt wordt. De lengte van de horizon bepaalt rechtstreeks het aantal matrices die met elkaar vermenigvuldigd moeten worden. Dit heeft ook het voordeel dat het aantal optimalisatievariabelen verkleint, maar wel met het daaraan gekoppelde nadeel dat minder ver in de toekomst met neerslagvoorspellingen rekening gehouden wordt.
- Herschaal alle gewichten in de doelfunctie met dezelfde factor. Hierdoor verkleinen de getallen die met elkaar vermenigvuldigd moeten worden.

- Voer een regularizatie toe in het QP door de Hessiaan H te vervang met $H + \alpha I$ waarbij I de eenheidsmatrix voorstelt. Naarmate α groter wordt, verbetert de conditie van het QP maar wijkt de bijhorende oplossing steeds verder af van de oplossing van het oorspronkelijke QP.

De eerste oplossing is niet toepasbaar omdat de schrijfwijze van het QP in INCA niet veranderd kan worden. In overeenstemming met de tweede oplossing is de lengte van de horizon verkleind van 48 uur naar 15 uur. Ook de derde oplossing werd uitgevoerd. De vierde oplossing kon niet uitgevoerd worden doordat de formulering van het QP opgelost in de INCA Engine niet aangepast kan worden.

Tenslotte kan nog de vraag gesteld worden of het wel logisch is dat dit model zo hard schommelt en of de curve eigenlijk niet zachter moet zijn. Globaal gezien blijft de curve immers rond dezelfde waarde schommelen. Daarom is geopteerd om de perturbatie te vergroten waarmee de lineaire modellen afgeleid worden. Hierdoor zijn de lineaire modellen lokaal niet meer een goede benadering, maar zijn de modellen wel over een groter gebied bruikbaar. Daarnaast zorgt dit voor kleinere elementen in de A_k matrices en een verbeterde conditie van het QP.

Deze maatregelen leiden ertoe dat de conditie van het QP voldoende verbeterd is zodat INCA gedurende de simulaties op alle momenten het QP kon oplossen. Toch is het probleem nog niet helemaal van de baan. In figuur 4.18 staat de verhouding van de maximale eigenwaarde tot de minimale eigenwaarde van de Hessiaan weergegeven i.f.v. het bijhorende tijdstip voor de simulatieresultaten die in de volgende paragraaf besproken worden. Op bepaalde momenten stijgt deze verhouding sterk. Om deze eigenwaarden onder controle te krijgen, is het een noodzakelijke voorwaarde om het QP te herformuleren.



Figuur 4.18: Evolutie van de conditie van het QP in de tijd.

Resultaten De resultaten voor de MPC regelaar staan in figuur 4.19:

- Vóór de periode van de zware regenval stuurt de MPC regelaar de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) veel dicht bij 21.5 m dan de drie-standen regelaar: er zijn hier nauwelijks schommelingen te zien. Daarnaast worden beide wachtbekkens zeer dicht bij hun gewenste referentiewaarde gehouden. Enkel de resultaten stroomopwaarts van de Begijnendijk ($hb_{g_{opw}}$) zijn iets minder goed. Deze vertoont op bepaalde momen-

Tabel 4.2: Vergelijking van de maximale hoogte en de bijhorende overstromingsmarge voor de belangrijkste waterhoogten van de MPC regelaar met de huidige regelaar. Een negatieve marge komt overeen met de hoogte van een overstroming. Deze tabel toont aan dat de MPC regelaar veel beter geschikt is voor overstromingsbeheersing dan de huidige regelaar.

waterhoogte	MPC regelaar		huidige regelaar	
	max. hoogte (m)	marge (cm)	max. hoogte (m)	marge (cm)
h_{opw}	23.15	5.4	23.18	1.6
h_s	23.04	15.8	23.16	4.3
h_2	23.02	-28.1	23.04	-30.1
$hb_{g_{opw}}$	24.77	7.4	24.91	-7.2
h_w	22.20	20.5	22.61	-20.7
h_{gl}	21.78	22.4	22.48	-48.0
h_{afw}	20.24	22.4	20.38	8.0
h_{vg}	23.03	-50.6	23.10	-58.4

ten schommelingen die niet te zien zijn bij de drie-standen regelaar. Deze schommelingen kunnen enigszins verklaard worden door te kijken naar figuur 4.18. De schommelingen doen zich voor wanneer het QP slecht geconditioneerd is.

- Tijdens de zware regenval zijn de resultaten veel beter dan bij de drie-standen regelaar. De maximale waterstanden zijn allemaal gedaald voor de MPC regelaar. Dit is te zien in tabel 4.2. Voor de meeste waterhoogten zijn de overstromingsmarges spectaculair verbeterd met als uitschieters de Grote Leigracht (h_{gl}) en Webbekom (h_w) met een verbetering van meer dan 70 cm en 41 cm. De MPC regelaar slaagt er evenwel niet in om overstromingen te voorkomen voor de samenvloeiing van de Demer, de Herk en de Gete (h_2) en de Vlootgracht (h_{vg}). De grootte van beide overstromingen is wel verminderd.
- Na de zware regenbui keren beide wachtbekkens zeer snel terug naar hun referentieniveau. Daarnaast wordt de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) terug naar 21.5 m gestuurd en schommelt de opwaartse waterstand van de Begijnendijk ($hb_{g_{opw}}$) rond 23.8 m. Enkel de resultaten voor deze laatste waterstand zijn minder goed dan voor de drie-standen regelaar door de slechte conditionering van de Hessiaan van het QP.

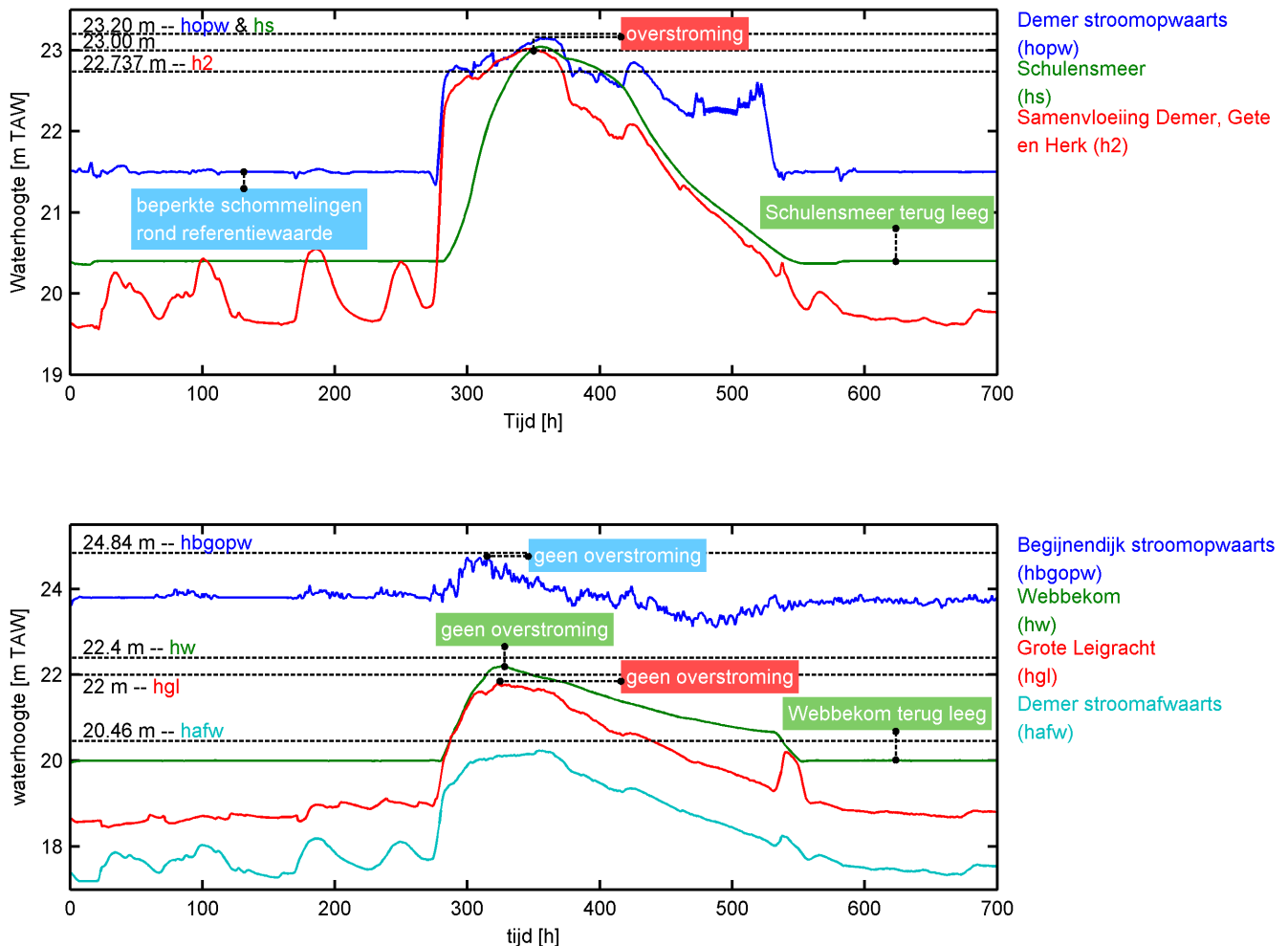
4.2.6.5 Besluit

Net als voor het kleine model tonen de simulatieresultaten aan dat de MPC regelaar veel beter geschikt is voor overstromingsbeheersing dan de geavanceerde drie-standen regelaar. Zowel vóór, tijdens als na zware regenval zijn de resultaten sterk verbeterd:

- de wachtbekkens blijven dicht bij hun referentiewaarden en worden sneller en volledig geledigd;
- het aantal en de grootte van de overstromingen nemen sterk af;
- en de belangrijkste waterhoogten blijven dicht bij hun referentiewaarden.

Er moet voorzichtig omgegaan worden met de conditionering van het QP. Om dit onder controle te houden, zou het QP zodanig geschreven moeten worden dat de modelvergelijkingen als gelijkheidsbeperkingen aanwezig zijn. Dit is echter niet mogelijk met de INCA Software.

4. PRAKTISCHE UITWERKING MET DE INCA SOFTWARE VAN IPCOS



Figuur 4.19: De simulatieresultaten voor het grote model van de Demer voor de MPC regelaar voor de historische data van september 1998.

Gedurende de eerste 300 uren blijft het stroomopwaartse deel van de Demer (h_{opw}) zeer dicht bij de referentiewaarde van 21.5 m, er is geen invloed van schommelingen van de storingangen te merken. Voor de stroomopwaartse waterstand van de Begijnendijk (h_{bgopw}) is de situatie minder goed. Op bepaalde momenten vertoont deze waterstand schommelingen die niet terug te vinden zijn bij de huidige regelaar. De oorzaak ligt bij het QP dat op die momenten een slecht geconditioneerde Hessiaan heeft (zie figuur 4.18). Verder blijven de twee wachtbekkens Schulensmeer (h_s) en Webbekom (h_w) zeer dicht bij hun referentie. De resultaten tijdens de zware regenval zijn sterk verbeterd tegenover de huidige regelaar: het aantal en de grootte van de overstromingen wordt sterk gereduceerd. Zo zijn er geen overstromingen meer voor de Grote Leigracht en de Webbekom. Enkel stroomopwaarts bij de Begijnendijk en bij de samenvloeiing van de Gete en de Herk vallen er overstromingen op te merken. Na de zware neerslag dalen beide wachtbekkens naar hun referentiehoogte. Verder worden de stroomopwaartse waterhoogten van de Demer en de Begijnendijk rond hun referentiewaarde gehouden.

Andere oplossingen die wel uitgevoerd zijn, zijn het reduceren van de lengte van de horizon en het verkleinen van de gewichten in de doelfunctie. Dit zorgde ervoor dat de INCA Software de QP's kon oplossen en resultaten gegenereerd konden worden.

4.2.7 Robuuste NMPC voor onzekerheid op de neerslag

Tot nu toe werd verondersteld dat de opwaartse neerslagafstromingsdebieten op ieder tijdstip binnen de horizon gekend zijn. Dit is echter niet realistisch. Daarom wordt in deze sectie de invloed van onzekere neerslagvoorspellingen op de performantie onderzocht. Na het ontwikkelen van een algoritme voor het modelleren van deze onzekerheid op de neerslag, wordt de invloed op de performantie van de MPC regelaar uit sectie 4.2.5.7 voor het kleine model onderzocht. Vervolgens wordt een regelaar ontworpen die rekening houdt met deze onzekerheid.

4.2.7.1 Modelling van de onzekerheid op de neerslagafstromingsdebieten

De onzekerheid op de neerslagafstromingsdebieten kan niet gemodelleerd worden als witte ruis. Dit is niet realistisch aangezien de fouten op de neerslagvoorspelling in de praktijk niet onafhankelijk zijn van elkaar. De voorspellingsfout op tijdstip $k + i$ hangt immers af van de fout op tijdstip $k + i - 1$. Zo zal een overschatting op tijdstip $k + i - 1$ meestal leiden tot een overschatting op tijdstip $k + i$.

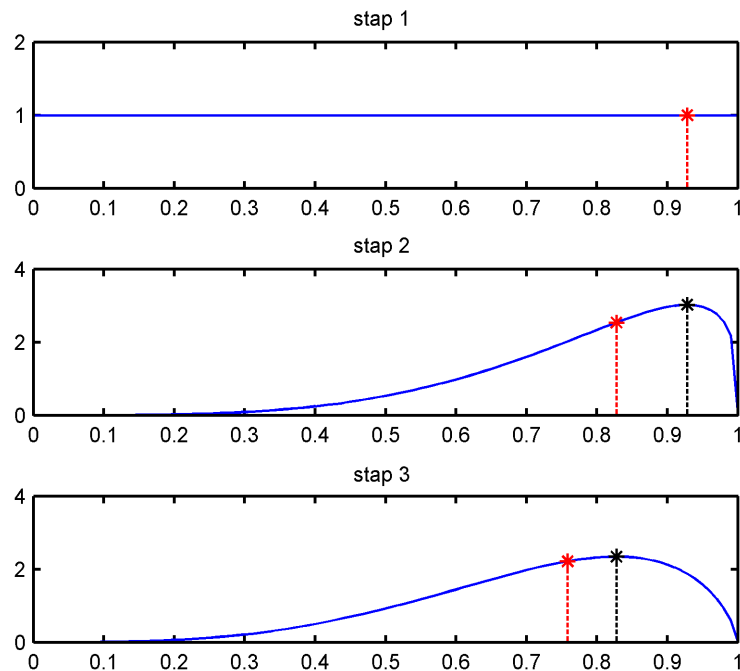
Een mogelijke manier om deze onzekerheid te modelleren is via β -distributies. De kansdichtheidsfunctie voor de β -distributie op het eenheidsinterval wordt gegeven door

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du} . \quad (4.9)$$

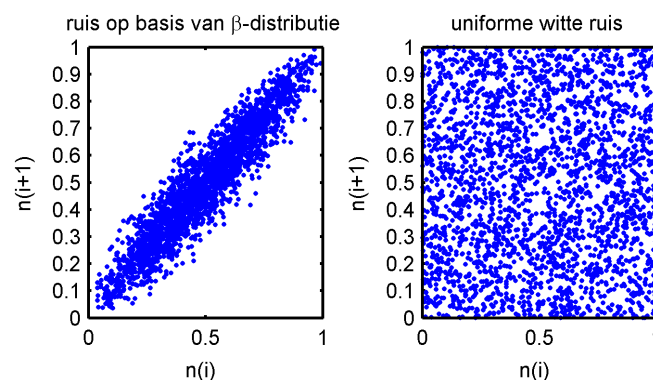
Deze verdeling kan verschillende vormen aannemen afhankelijk van de waarde van α en β . Meer informatie over deze distributie kan o.a. gevonden worden in bijlage B en in [37].

Voor het allereerste punt binnen de horizon werkt het algoritme met een uniforme verdeling (speciale vorm van (4.9) met $\alpha = \beta = 1$) over het onzekerheidsinterval. Voor al de volgende perturbaties wordt een β -distributie verondersteld waarbij de positie van het maximum overeenkomt met de perturbatie op het vorige tijdstip (er wordt steeds gewerkt met β -distributies die een eindig maximum hebben). Daarnaast wordt gezorgd dat de afstand van het gemiddelde van de verdeling tot de positie van dit maximum vast is relatief t.o.v. de afstand van dit gemiddelde tot het midden van het onzekerheidsinterval. De voorwaarden voor α en β om aan deze twee voorwaarden te voldoen, zijn verder uitgewerkt in bijlage B. In figuur 4.20 is de werking te zien van dit algoritme voor de drie eerste perturbaties. Voor iedere stap is de verdeling (de blauwe curve), de perturbatie uit de vorige stap (de zwarte stippellijn, dit is tevens de positie van het maximum) en de perturbatie voor de huidige stap (de rode stippellijn) te zien. Figuur 4.21 vergelijkt de gemodelleerde ruis voor 2500 punten met uniforme witte ruis. Voor beide ruissignalen is voor elk tijdstip i het koppel ($\text{perturbatie}(i), \text{perturbatie}(i + 1)$) getoond. De gemodelleerde ruissequentie vertoont een duidelijke afhankelijkheid tussen de opeenvolgende punten (linkse figuur). Voor de uniforme witte ruis is dit niet het geval (rechtse figuur).

Merk op dat in figuren 4.20 en 4.21 het onzekerheidsgebied gelijk is aan het eenheidsinterval. Dit kan eenvoudig uitgebreid worden naar een willekeurig interval dat varieert binnen de horizon om zo de onzekerheid op de voorspellingen verder te laten toenemen.



Figuur 4.20: Werking van het algoritme voor het modelleren van onzekerheid op de neerslag. De figuur toont de drie eerste stappen van het algoritme voor het creëren van onzekerheid op de neerslagvoorspelling. De kansverdeling van de onzekerheid voor iedere stap is in het blauw afgebeeld, de perturbatie voor die stap in het rood en de perturbatie uit de vorige stap in het zwart. De positie van het maximum van de distributie komt overeen met de perturbatie uit de vorige stap.

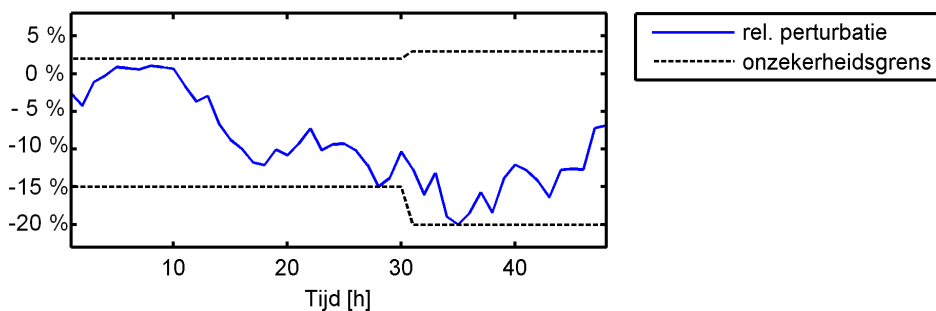


Figuur 4.21: Vergelijking van de gemodelleerde onzekerheid op de neerslag (links) met uniforme witte ruis (rechts).

Voor beide signalen is de waarde op tijdstip $i + 1$ getekend i.f.v. de waarde op tijdstip i . In de linkse figuur komt de afhankelijkheid tussen deze waarden duidelijk naar boven en staat in schril contrast met de rechtse figuur.

4.2.7.2 Invloed op de performantie

Deze sectie onderzoekt de invloed van de onzekerheid op de voorspelling op de performantie van de MPC regelaar uit sectie 4.2.5.7 voor het kleine model. De onzekerheid is hier zodanig gekozen dat de voorspellingen globaal gezien te klein zijn (onderschatting) en voor de eerste dertig uur in het interval $[-15\%, 2\%]$ ligt en voor de laatste achttien uur in $[-20\%, 3\%]$. Voor deze onzekerheid is het risico op overstromingen het grootste en zal de performantie van de regelaar het zwaarste getest worden. De grenzen van het onzekerheidsinterval over de horizon en een mogelijke relatieve perturbatie zijn te zien in figuur 4.22.



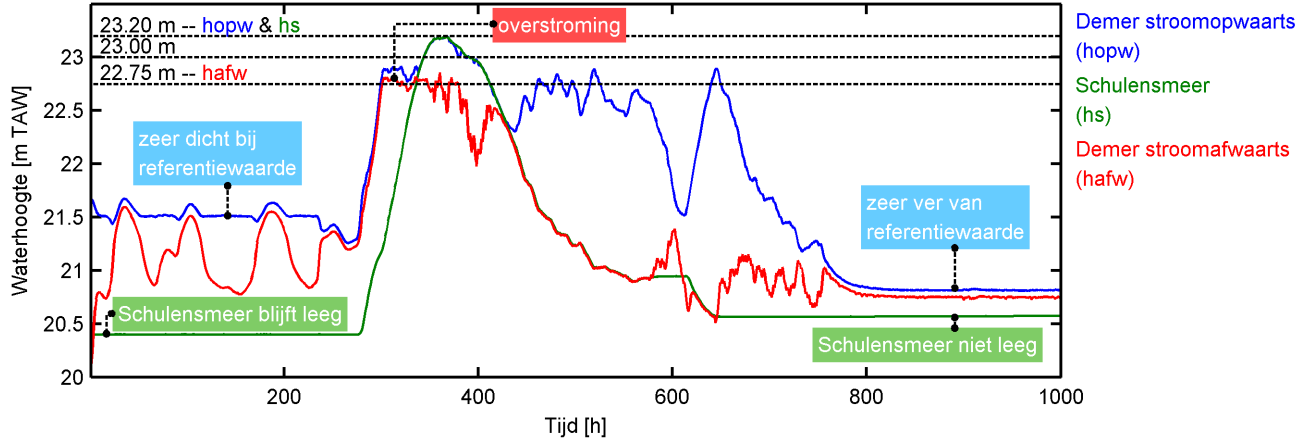
Figuur 4.22: Voorbeeld van relatieve perturbaties op de neerslagvoorspellingen binnen de horizon met de bijhorende onzekerheidsgrenzen.

De invloed van deze onderschatting op de opwaartse neerslagafstromingsdebieten voor de MPC regelaar is te zien in figuur 4.23. Voor de waterstanden kunnen de volgende zaken afgeleid worden:

- De onderschatting heeft geen invloed op de resultaten voor de grote regenbui: de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) blijft rond 21.5 m liggen en het wachtbekken Schulensmeer (h_s) wordt niet gevuld.
- Tijdens de grote regenbui is de maximale waarde van de afwaartse waterstand van de Demer (h_{afw}) niet veel groter geworden dan de situatie waarbij er geen onzekerheid is: 22.86 m tegenover 22.80 m. De resultaten voor het Schulensmeer en de opwaartse waterstand zijn wel sterk verminderd. Er is geen enkele overstromingsmarge meer voor beide uitgangen.
- Na de grote regenbui geraakt het reservoir niet volledig leeg. De oorzaken zijn hiervoor reeds aangehaald bij de vorige besprekingen.

4.2.7.3 Meervoudige MPC

Algoritme Om overweg te kunnen met de onzekerheid op de storingen kan gewerkt worden met Meervoudige MPC (MMPC, *Multiple Model Predictive Control*) [38]. Hierbij wordt gewerkt met drie verschillende sequenties van voorspellingen voor de storingen. Het **nominale** signaal komt overeen met de neerslag die zou vallen volgens het KMI en heeft bijgevolg een grote kans van voorkomen. Omdat in de praktijk deze voorspellingen altijd zullen afwijken van de werkelijke hoeveelheid neerslag, werkt MMPC nog met een **maximale** en **minimale** voorspelling. De maximale voorspelling is typisch een overschatting van de neerslag



Figuur 4.23: De simulatieresultaten voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer bij een onderschatting van de historische data van september 1998.

Tijdens de eerste 250 uren houdt de regelaar het stroomopwaartse deel van de Demer (h_{opw}) en het Schulensmeer (h_s) rond de gewenste waarden van 21.5 m en 20.4 m. Tijdens de zware regenperiode zijn de resultaten slechter dan voor de situatie zonder onzekerheid (figuur 4.14): het stroomafwaartse deel (h_{afw}) overstroomt met meer dan 10 cm en het stroomopwaartse deel en het reservoir net niet. Na de hevige neerslag wordt het reservoir niet geleegd en keert het stroomopwaartse deel niet terug naar 21.5 m.

die zal vallen, de minimale voorspelling een onderschatting. Met deze 3 soorten van signalen wordt het MPC-algoritme aangepast tot:

1. Voorspel voor elk van de 3 signalen wat de uitgangen zullen zijn binnen de horizon voor de optimale ingangssequentie berekend in de vorige tijdstap.
2. Leid voor elk van de 3 soorten van voorspellingen lineaire modellen af voor elk tijdstip binnen de horizon.
3. Los het optimalisatieprobleem op met de volgende modelvergelijking voor ieder tijdstip k binnen de horizon:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k+1}^{max} \\ \mathbf{x}_{k+1}^{nom} \\ \mathbf{x}_{k+1}^{min} \end{bmatrix} \\ \\ \begin{bmatrix} \mathbf{y}_k^{max} \\ \mathbf{y}_k^{nom} \\ \mathbf{y}_k^{min} \end{bmatrix} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_k^{max} & & \\ & A_k^{nom} & \\ & & A_k^{min} \\ V_k^{max} & & \\ & V_k^{nom} & \\ & & V_k^{min} \\ C_k^{max} & & \\ & C_k^{nom} & \\ & & C_k^{min} \\ W_k^{max} & & \\ & W_k^{nom} & \\ & & W_k^{min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^{max} \\ \mathbf{x}_k^{nom} \\ \mathbf{x}_k^{min} \\ \mathbf{d}_k^{max} \\ \mathbf{d}_k^{nom} \\ \mathbf{d}_k^{min} \\ \mathbf{x}_k^{max} \\ \mathbf{x}_k^{nom} \\ \mathbf{x}_k^{min} \\ \mathbf{d}_k^{max} \\ \mathbf{d}_k^{nom} \\ \mathbf{d}_k^{min} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_k^{max} \\ B_k^{nom} \\ B_k^{min} \\ D_k^{max} \\ D_k^{nom} \\ D_k^{min} \end{bmatrix} \mathbf{u}_k \quad (4.10)$$

Tabel 4.3: Kwantitatieve vergelijking van de simulaties voor de historische data van september 1998 voor de MPC regelaar met de MMPC implementaties voor het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer met onzekere neerslagvoorspellingen. Voor de simulatieresultaten van de verschillende regelaars is de kost op basis van vergelijking (4.8) berekend. De tabel toont duidelijk aan dat MMPC regelaar een verbetering is t.o.v. de MPC regelaar bij onzekerheid.

Regelaar	enkele regenbui	dubbele regenbui
MPC	134479	252881
MMPC	102269	244236

Ook de doelfunctie wordt uitgebreid waarbij een afweging moet gemaakt worden tussen de afwijkingen van de drie verschillende sequenties van uitgangen t.o.v. de referentiewaarden. Het is van belang om hierbij deze drie sequenties niet even belangrijk te maken, aangezien de nominale voorspellingswaarden een veel grotere kans van voorkomen hebben. Belangrijk om in te zien is dat er wel drie sequenties van toestanden, storingangen en modelvergelijkingen zijn, maar dat er slechts één ingangssequentie is. Hierdoor zal het optimalisatieprobleem proberen met dezelfde ingangen de drie scenario's zo goed mogelijk te regelen. Door de nominale uitgangswaarden belangrijker te maken binnen de doelfunctie zal de regelaar tijdens lichte regenval voornamelijk rekening houden met de nominale neerslagvoorspellingen. Tijdens een zware regenbui zullen de overschatte waarden van de neerslag zwaarder doorwegen.

Voor voorspellingen die vrij accuraat zijn en schommelen rond de echte waarde zal deze regelaar geen voordeel bieden. Indien echter de neerslag onderschat wordt, zal de regelaar wel effectief zijn aangezien d_k^{max} dan in de buurt van de echte waarde zal liggen. Hierdoor stijgt de kans om overstromingen toch te kunnen vermijden. Het nadeel van deze methode is de stijging van de rekentijd als gevolg van de toename van het aantal optimalisatievariabelen.

Resultaten In figuur 4.24 is het resultaat te zien voor de geïmplementeerde MMPC regelaar. Tegenover de gewone MPC regelaar zijn de volgende verbeteringen te zien:

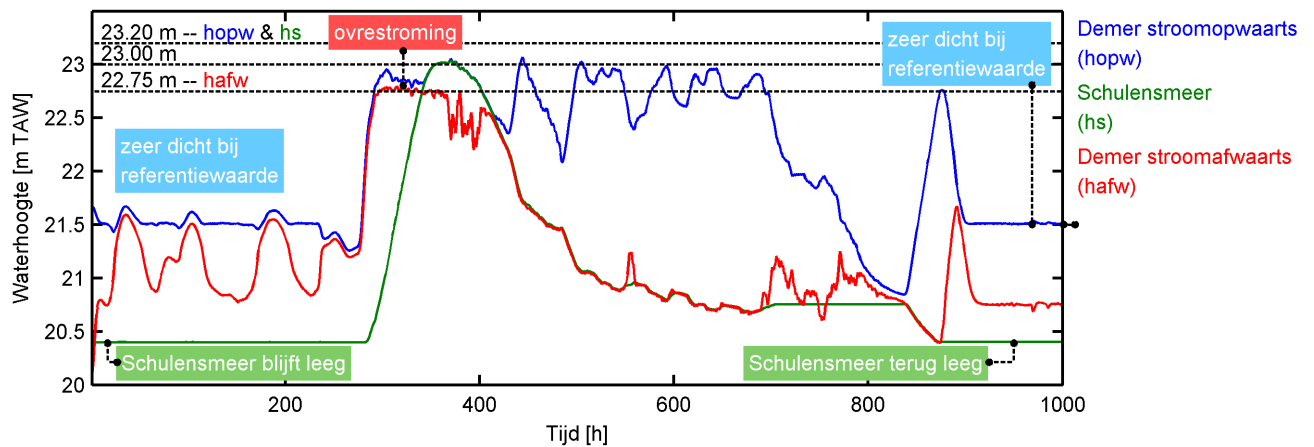
- Tijdens de zware regenperiode is er terug een overstromingsmarge aanwezig van 13 cm voor de opwaartse waterhoogte van de Demer (h_{opw}) en 17 cm voor het Schulensmeer (h_s). Daarnaast is de maximale waarde voor de afwaartse waterhoogte (h_{afw}) gedaald tot 22.79 m.
- Na de zware regenperiode slaagt de regelaar erin het reservoir volledig te ledigen en de opwaartse waterhoogte terug te sturen naar 21.5 m.

Ook voor een dubbele regenbui (figuur 4.25) zijn de resultaten in orde:

- De maximale stroomafwaartse waterstand is 22.85 m. Ook overstromen het Schulensmeer en de Demer stroomopwaarts: beiden liggen 1 cm boven hun overstromingsgrens.
- Na de tweede zware regenperiode wordt het wachtbekken volledig geledigd.

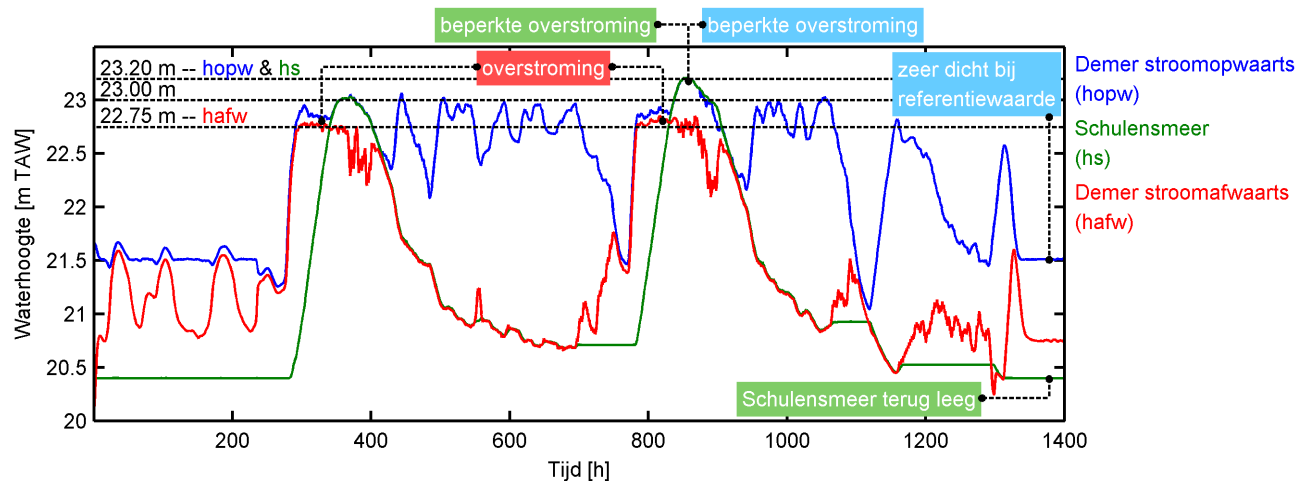
Deze bevindingen worden ook bevestigd door tabel 4.3 waar de resultaten op een kwantitatieve manier vergeleken zijn volgens de methode beschreven in sectie 4.2.5.8.

4. PRAKTISCHE UITWERKING MET DE INCA SOFTWARE VAN IPCOS



Figuur 4.24: De simulatieresultaten voor de Meervoudige MPC regelaar toegepast op het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998 waarbij de neerslagvoorspellingen onderschat zijn.

Tegenover de gewone regelaar bij onzekerheid zijn de resultaten tijdens de zware neerslag sterk verbeterd: de stroomafwaartse waterhoogte h_{afw} van de Demer overstroomt met slechts 5 cm, de stroomopwaartse waterhoogte h_{opw} heeft een marge van 13 cm en het Schulensmeer h_s heeft een marge van 17 cm. Na de hevige neerslag slaagt de regelaar er in het reservoir te ledigen en de stroomopwaartse waterhoogte terug te brengen naar 21.5 m.



Figuur 4.25: De simulatieresultaten voor de Meervoudige MPC regelaar toegepast op het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij de neerslagvoorspellingen onderschat zijn.

De grote was van september 1998 wordt hier kort na elkaar herhaald. Net zoals tijdens de eerste grote was zijn de resultaten voor de tweede grote was verbeterd tegenover de gewone MPC regelaar. De maximale waarde van h_{afw} is nu 22.85 m, voor h_{opw} en h_s is dit 23.21 m. De regelaar slaagt er net niet in om het reservoir voldoende te ledigen tussen de regenperiodes. Na de hevige neerslag slaagt de regelaar er in het reservoir te ledigen en h_{opw} terug te brengen naar 21.5 m.

4.2.7.4 Besluit

Tijdens zware regenval tonen de simulaties aan dat de MPC regelaar voor het kleine model uit sectie 4.2.5.7 een deel van zijn performantie inboet indien de voorspellingen op de opwaartse neerslagafstromingsdebeten onzeker zijn en onderschat worden. Deze performantie wordt terug hersteld bij het gebruik van een Meervoudige MPC regelaar. Door te werken met een nominaal, een maximaal en een minimaal signaal is de regelaar veel robuuster tegen onzekerheid op de storingen voor het bestrijden van overstromingen.

Gedurende lichte neerslag heeft deze onzekerheid een beperkte invloed. Zowel de gewone als de Meervoudige MPC regelaar slagen er in de uitgangen rond de gewenste hoogte te houden.

4.3 Besluit

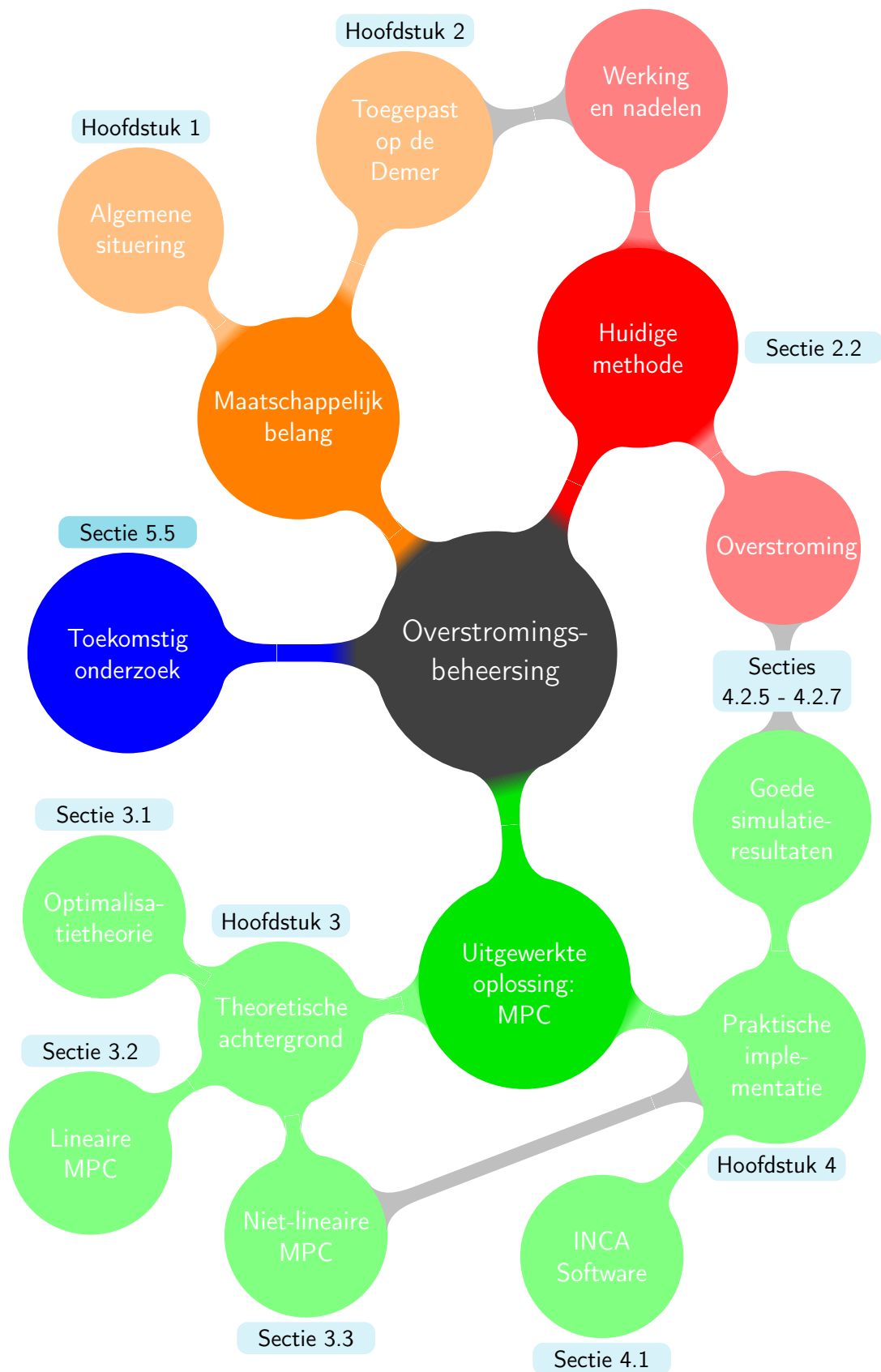
Voor overstromingsbeheersing mag de niet-lineaire rivierdynamica niet verwaarloosd worden. Omdat de standaard componenten van de INCA Software niet overweg kunnen met deze niet-lineaire modellen, was het noodzakelijk de software uit te breiden naar NMPC. Hiervoor is een connectie met Matlab geïmplementeerd die instaat voor de volgende zaken:

- het uitvoeren van een predictiestap op basis van het niet-lineaire model over de horizon;
- en het afleiden van lineaire modellen geldig rond de voorspelde werkingspunten.

De simulatieresultaten tonen aan dat de uitgebreide software een zeer krachtig instrument is voor overstromingsbeheersing, zeker in vergelijking met de gebruikte geavanceerde drie-standen regelaar. Voor het kleine én het grote model verbeteren de resultaten spectaculair:

- Tijdens periodes van lichte regenval slaagt MPC erin om de belangrijkste waterhoogten en de wachtbekkens veel dichter rond de referentiewaarden te houden.
- Gedurende zware regenval nemen het aantal en de grootte van de overstromingen af. Ook neemt de overstromingsmarge voor vele waterhoogten toe. De grootste overstroming daalt voor het kleine model bij de drie-standen regelaar van 40 cm tot 5 cm bij de MPC regelaar. De marges voor de overige waterhoogten stijgen van 0 cm tot meer dan 13 cm. Dezelfde bevindingen zijn merkbaar voor het grote model waarbij het resultaat voor een bepaalde waterhoogte verbetert met 70 cm.
- Na de zware regenval krijgt de MPC regelaar alle reservoirs terug leeg. Dit is niet het geval voor de drie-standen regelaar. Indien een tweede grote regenbui plaatsvindt, zijn de overstromingen voor de drie-standen regelaar dan ook eens zo groot, terwijl voor de MPC regelaar de invloed op de resultaten beperkt blijft.
- Ook in het geval van onzekerheid op de voorspellingen van de opwaartse neerslagafstromingsdebeten zijn de resultaten zeer goed. De MPC regelaar dient dan wel vervangen te worden door een Meervoudige MPC regelaar.

Voor het grote model zijn de resultaten voor de opwaartse waterstand van de Begijnendijk op bepaalde momenten minder goed dan voor de drie-standen regelaar omwille van de slechte conditie van het QP. De conditie kan verbeterd worden door de modelvergelijkingen binnen te brengen in het QP als gelijkheidsbeperkingen. Omdat de INCA Engine dit echter niet toelaat, diende de horizon beperkt gehouden te worden tot 15 uur om de conditie onder controle te houden. Desondanks de korte horizon blijven de resultaten voor MPC een sterke verbetering tegenover de geavanceerde drie-standen regelaar.



Hoofdstuk 5

Conclusie

Dit laatste hoofdstuk vat de opgedane ervaringen en zeer beloftevolle resultaten behaald door het gebruik van MPC voor overstromingsbeheersing bij de Demer samen en geeft een overzicht van het geleverde werk. Dit hoofdstuk behandelt zowel de huidige situatie als de perspectieven bij het gebruik van MPC. De noodzakelijke uitbreidingen binnen de INCA Software voor deze applicatie worden eveneens toegelicht. Toekomstig onderzoek nodig om de techniek verder te verfijnen en daadwerkelijk in de praktijk te kunnen toepassen, wordt kort aangehaald. Deze studie toont aan dat overstromingsbeheersing m.b.v. MPC een zeer rendabele investering kan betekenen voor onze maatschappij.

5.1 Het maatschappelijk belang van deze masterproef

Het onderwerp van deze masterproef heeft een grote maatschappelijk dimensie. Sinds mensengeugen vinden overstromingen plaats over heel de wereld. Zoals in hoofdstuk 1 aangehaald wordt, leiden overstromingen tot grote gevolgen zowel op menselijk als financieel vlak en op het milieu. Daarom heeft men doorheen de geschiedenis overstromingen proberen te voorkomen op verschillende manieren. Deze aanpak voor de Demer is in hoofdstuk 2 uiteengezet en bestond voornamelijk uit het indijken en rechtekken van de Demer. De praktijk heeft aangetoond dat de overstromingsrisico's sterk afnemen op die bepaalde plaatsen, maar dat het onheilsfenomeen zich gewoon verplaatst. De zijrivieren kunnen immers hun oertollige water niet meer kwijt in deze getemde Demer waardoor deze zijrivieren buiten hun oevers treden.

In de laatste decennia heeft men deze fouten ingezien en is men tot de conclusie gekomen dat het voorkomen van overstromingen onmogelijk is en men enkel de overstromingen kan beheersen. In het kader van deze nieuwe visie worden de natuurlijke overstromingsgebieden van de rivieren terug hersteld en worden kunstmatige wachtbekkens aangelegd. Op deze manier kunnen de overstromingen gecontroleerd plaatsvinden, daar waar ze de minste schade berokkenen. Het optimaal gebruik van deze voorzieningen door het ontwikkelen van een intelligente regelaar die rekening houdt met weersvoorspellingen in de toekomst, is de hoofddoelstelling van dit onderzoek.

5.2 De tekortkomingen voor overstromingsbeheersing van de huidige regelaar voor de Demer

Om de overstromingen van de Demer te beheersen werden drie wachtbekkens aangelegd. Daarnaast werden verschillende hydraulische regelstructuren geïnstalleerd om het water in de Demer en het water van en naar de wachtbekkens te controleren. De Demer werd ook voorzien van een geavanceerde drie-standen regelaar om deze regelstructuren automatisch aan te sturen. Zoals in sectie 2.2 te lezen staat, zorgden deze aanpassingen ervoor dat de grootte en de impact van de overstromingen sterk verbeterden, maar dat de problemen niet helemaal verholpen werden. Dit komt langs de ene kant doordat de regelaar geen rekening houdt met de beschikbare neerslagvoorspellingen. Dit heeft tot gevolg dat de operatoren vaak manueel moeten ingrijpen. Omdat het echter zeer moeilijk is om in te schatten wat de invloed is van elke sluis op elke waterhoogte, resulteert dit zeer vaak in acties die niet optimaal zijn. Daarnaast werkt de regelaar met zeer eenvoudige regels die de klepstanden vastleggen op basis van zeer lokale informatie.

Deze nadelen zorgen ervoor dat de drie-standen regelaar geen goede performantie haalt zoals de simulatieresultaten uit hoofdstuk 4 tonen. Gedurende zware regenbuien slaagt de regelaar er niet in de wachtbekkens zodanig aan te wenden dat de overstromingen voorkomen of beperkt worden. Daarnaast is de regelaar ook minder geschikt om bepaalde waterhoogten naar een referentieniveau te sturen. Tenslotte is het met de regelaar ook niet mogelijk de wachtbekkens te ledigen na een zware regenbui. Hierdoor daalt de beschikbare buffercapaciteit en neemt de grootte van de overstromingen toe bij een tweede grote regenbui.

5.3 De sterkte van MPC voor overstromingsbeheersing

Zoals in hoofdstukken 2.3 en 3 aangehaald wordt, worden de nadelen van de drie-standen regelaar verholpen bij het gebruik van MPC. Door te werken met een wiskundig procesmodel heeft de regelaar een schatting van de invloed van elke ingang op elke uitgang. Daarnaast werkt de regelaar met een tijdsvenster waardoor deze rekening houdt met toekomstige neerslag. Deze zaken zorgen ervoor dat MPC geschikt is voor overstromingsbeheersing.

Om MPC echter succesvol te kunnen toepassen, moet met een aantal zaken rekening gehouden worden. Een eerste belangrijk punt is dat de regelaar overweg moet kunnen met de niet-lineaire dynamica van de Demer. Zoals in sectie 4.2.2 aangetoond wordt, kan deze dynamica niet zomaar benaderd worden door een lineair model. De gevolgen van niet-lineaire dynamica op de MPC zijn onderzocht in sectie 3.3.

Daarnaast moet de regelaar overweg kunnen met oncontroleerbare kleppen (sectie 4.2.4). Kort gezegd komt dit overeen met een klep die op dat moment geen invloed uitoefent op het debiet over deze klep. De regelaar denkt onterecht dat het met deze klep geen invloed kan uitoefenen op de waterhoogten in het systeem en zal deze klep bijgevolg niet meer gebruiken. De regelaar verliest dus een vrijheidsgraad.

Tenslotte is het noodzakelijk om een strategie uit te werken voor de implementatie van de regelobjectieven en beperkingen. Zoals in sectie 4.2.3 toegelicht wordt, bepaalt de huidige toestand of de nadruk ligt op het sturen van de waterhoogten naar een referentieniveau of op het voorkomen van overstromingen.

Deze masterproef is geslaagd in het implementeren van een MPC regelaar die rekening houdt met deze specifieke uitdagingen en moeilijkheden. Uit de resultaten in 4.2.5 en 4.2.6 kunnen de volgende zaken afgeleid worden voor de geïmplementeerde MPC regelaars:

- Tegenover de drie-standen regelaar slaagt MPC er veel beter in om de waterhoogten naar de referentiewaarden te sturen. Kleine regenbuien worden hierbij zeer goed opgevangen.
- Het aantal en de grootte van de overstromingen neemt zeer sterk af bij het gebruik van MPC.
- MPC slaagt er in om de reservoirs volledig en snel te ledigen na zware regenbuien. Hierdoor wordt er voldoende buffercapaciteit hersteld om een tweede grote regenbui op te kunnen vangen.

Verder onderzoek naar de robuustheid van deze regelaars onder onzekerheid op de opwaartse neerslagafstromingsdebieten is uitgevoerd in sectie 4.2.7. In deze sectie wordt ook beschreven hoe deze onzekerheid precies gemodelleerd is. De onzekerheid heeft weinig invloed tijdens lichte regenbuien. De invloed op de performantie tijdens zware regenbuien is wel veel groter: alle maximale waterhoogten komen hoger te liggen. De oplossing die in deze masterproef ontwikkeld werd, is Meervoudige MPC. Bij het gebruik van deze techniek zijn de resultaten terug vergelijkbaar als voor de situatie waarbij geen onzekerheid op de neerslag is.

5.4 De noodzakelijke aanpassingen en uitbreidingen van INCA

Een belangrijke doelstelling van deze masterproef bestond in het onderzoeken of de INCA Software gebruikt kan worden voor het regelen van de Demer in combinatie met een praktische implementatie. De resultaten uit hoofdstuk 4 tonen duidelijk aan dat deze software hiervoor in aanmerking komt. Omdat overstromingsbeheersing niet tot de toepassingen behoorde waarvoor INCA overweg kan met niet-lineariteiten, diende de software op een aantal plaatsen aangepast te worden. Zo was het nodig om een connectie met Matlab te maken om INCA te kunnen laten werken met niet-lineaire modellen. Deze connectie met Matlab is succesvol geïmplementeerd en geeft aan INCA lineaire modellen terug die gebruikt kunnen worden voor het bepalen van de optimale ingangssequentie.

Wat niet gelukt is, is om INCA volledig uit te breiden voor NMPC:

- Zo is het niet direct mogelijk om de software op een eenvoudige manier aan te passen zodat het optimalisatieprobleem per tijdstip meerdere keren opgelost kan worden tot convergentie is opgetreden. Dit gegeven zorgde in sectie 4.2.5 ervoor dat bijvoorbeeld het wachtbekken niet altijd geleidigd werd na een grote regenbui. Een tweede gevolg zijn de vele schommelingen in de klepstanden tijdens de simulaties.
- Een ander element waardoor INCA nog niet volledig geschikt is voor NMPC, is de schrijfwijze van het QP. Doordat de modelvergelijkingen mee opgenomen worden in de doel-functie, moet de lengte van de horizon verkort worden om te voorkomen dat het QP niet te slecht geconditioneerd geraakt. Een betere manier hiervoor is de modelvergelijkingen mee op te nemen als gelijkheidsbeperkingen. Deze zaken werden behandeld in secties 3.2.3.3 en 4.2.6.

5.5 Toekomstig onderzoek

Alvorens de implementatie in de praktijk te kunnen toepassen, is het noodzakelijk verder onderzoek te verrichten:

- In sectie 4.2.7 is de robuustheid van de MPC regelaars voor het kleine model voor onzekerheid op de neerslagvoorspelling onderzocht en tevens verbeterd d.m.v. MMPC. De uitgevoerde analyse en oplossing dienen ook toegepast te worden op het grote model. Van belang hierbij is om de impact van de uitbreiding naar MMPC op de benodigde rekentijd te onderzoeken en eventueel te beperken.
- Een tweede onderzoeksthema ligt bij de **modellen** van de Demer. Zoals in de simulaties te zien zijn in secties 4.2.5, 4.2.6 en 4.2.7, vertonen de modellen op bepaalde momenten zeer grote schommelingen in de waterhoogten over korte tijdspannes. Dit is niet logisch en ook niet erg realistisch. Verder is het verloop van bepaalde toestanden i.f.v. andere toestanden ook zeer schommelend. Hierdoor zijn de gelineariseerde modellen niet altijd een goede benadering voor de niet-lineaire dynamica. De huidige modellen vormen reeds goede benaderingen van de realiteit, maar dienen nog verder verfijnd te worden.
- Bij de simulaties is aangenomen dat er geen **plant-model mismatch** is: de wiskundige modellen komen exact overeen met de volledige dynamica van de Demer. Dit is echter niet realistisch aangezien er altijd modelfouten en -onzekerheden aanwezig zullen zijn. Naar de toekomst toe is het belangrijk om het simulatiemodel van de Demer te vervangen door een model dat de realiteit zeer nauwkeurig benaderd. Een model dat hiervoor in aanmerking komt, is het Operationeel Bekken Model van de Demer (secties 2.1.2.3 en 4.2.1). Dit hydrodynamische model wordt reeds gebruikt voor het voorspellen van overstromingen. Het is een eindig elementen model dat geschreven is in de software van Wallingford Software Ltd. Een grote uitdaging zal hier liggen in het uitwerken van de connectie tussen INCA en deze software.
- Een laatste onderzoekspunt is het toevoegen van een **toestandschatter**. Bij het oplossen van het optimalisatieprobleem moet de huidige toestand x_0 van de Demer gekend zijn. Tijdens de uitgevoerde simulaties werd verondersteld dat de volledige toestand gekend was. In de praktijk is dit echter niet het geval. Zo worden enkel de belangrijkste waterhoogten gemeten en worden de debieten helemaal niet gemeten. Hierdoor moet het regelschema uitgebreid worden met een toestandschatter die op elk tijdstip een schatting \hat{x}_0 levert van de huidige toestand.

Voor lineaire systemen met ruizige metingen en ongekende procesverstoringen wordt vaak een Kalman filter gebruikt [28]. Dit is hier echter niet de aangewezen toestandschatter aangezien de dynamica niet-lineair is. Daarnaast moet rekening gehouden worden met de gevallen neerslag en kennis over de toestanden om tot nauwkeurige schattingen te komen. Een techniek die hiervoor automatisch in beeld komt, is *Moving Horizon Estimation* (MHE) [39, 40]. Deze toestandschatter formuleert het schattingsprobleem als een QP en is het duale van MPC. MHE bepaalt met een tijdsvenster over het verleden de optimale toestanden op basis van de gemeten uitgangen en enkele gemeten toestanden rekening houdend met het procesmodel. Net zoals bij MPC kan MHE uitgebreid worden voor niet-lineaire modellen: niet-lineaire MHE (NMHE) [41]. Omdat in het kader van overstromingsbeheersing de riviermodellen sterk niet-lineair zijn, lijkt NMHE de aangewezen toestandschatter.

5.6 Slotbeschouwing

De doelstellingen van de masterproef waren langs de ene kant het uitbreiden van de INCA Software zodat deze gebruikt kan worden voor niet-lineaire modellen (NMPC) in het kader van overstromingsbeheersing. Langs de andere kant diende onderzocht te worden of de software geschikt is voor overstromingsbeheersing van de Demer en diende de performantie vergeleken te worden met de huidige regelaar.

De eerste doelstelling is grotendeels gelukt. Naar NMPC toe zijn grote stappen gezet zodat INCA nu overweg kan met niet-lineaire riviermodellen. Om echter volledig conform te zijn met NMPC moet gezorgd worden dat het QP op ieder tijdstip herhaaldelijk opgelost kan worden. Hierbij is het noodzakelijk om te zorgen dat veiligheidsgrenzen (*trust regions*) op de optimalisatievariabelen ingevoerd kunnen worden.

De tweede doelstelling is volledig geslaagd. Niet alleen werd voor de meeste problemen bij het gebruik van MPC voor overstromingsbeheersing een oplossing gevonden, de simulatiere-sultaten voor deze implementaties zijn veel beter in vergelijking met de huidige regelaar. Met de MPC regelaar daalt het aantal en de grootte van de overstromingen. Tegelijkertijd blijven de waterhoogten zeer dicht bij de gewenste referentiewaarden.

Naast deze twee doelstellingen is ook nog de robuustheid van de MPC regelaars onderzocht t.o.v. onzekerheid op de opwaartse neerslagafstromingsdebieten. Om overweg te kunnen met deze onzekerheid is in de INCA Software een robuuste NMPC regelaar ontwikkeld op basis van de principes van Meervoudige MPC. Deze robuuste regelaar slaagt er in om de gevolgen van de onzekerheid op deze voorspellingen te minimaliseren.

Deze beloftevolle resultaten van deze masterproef laten toe met de volgende conclusie af te sluiten:

Wanneer de algoritmen van INCA zodanig aangepast worden dat ook de niet-lineaire rivierdy-namica verwerkt kan worden, is INCA in staat om te zorgen voor overstromingsbeheersing bij de Demer. Vertrekkend van de algemene inzetbaarheid van de gebruikte oplossingsconcepten ligt een uitbreiding naar andere rivieren binnen handbereik.

Bibliografie

- [1] (2007, december) Milieurapport Vlaanderen. De Vlaamse Milieu Maatschappij. [Online beschikbaar]: <http://www.milieurapport.be/default.aspx?PageID=86&ChapID=2749&NodeID=8927>
- [2] Wat doet Europa? Stormen en overstromingen. Europese Commissie. [Online beschikbaar]: <http://ec.europa.eu/research/leaflets/disasters/nl/storms.html>
- [3] Evolutie aantal zware overstromingen (mondiaal, Europa, België; 1970-2006). Vlaamse Milieu Maatschappij. Op basis van OFDA/CRED International Disaster Database UCL (www.em-dat.net). [Online beschikbaar]: <http://www.milieurapport.be/default.aspx?PageID=86&ChapID=2749&NodeID=8927>
- [4] Toelichting bij de kaart met overstromingsgevoelige gebieden voor de watertoets. Watertoets. [Online beschikbaar]: <http://www.watertoets.be/richtlijnen-voor-toepassing/kaarten/Toelichting%20Overstromingsgevoelige%20gebieden%202005%20versie160407.pdf>
- [5] J. Berlamont. Overstromingen: waarom, waar, wanneer, hoe? Agentschap voor Geografische Informatie Vlaanderen. [Online beschikbaar]: http://geo-vlaanderen.gisvlaanderen.be/Geo-Vlaanderen/overstromingskaarten/help/overstromingen_waarom_waar_wanneer_hoe%20.pdf
- [6] Zijn er meer overstromingen dan vroeger? K.U.Leuven. [Online beschikbaar]: <http://wet.kuleuven.be/leerkrachten/lessenpakket/geografie/geografie.PDF>
- [7] I. Terrens. In welke mate zijn overstromingen af te bakenen en te beheersen? Agentschap voor Geografische Informatie Vlaanderen. [Online beschikbaar]: http://geo-vlaanderen.gisvlaanderen.be/Geo-Vlaanderen/overstromingskaarten/help/in_welke_mate_zijn_overstromingen_af_te_bakenen_en_te_beheersen.pdf
- [8] P. Thomas. Ruimte voor water, de beste verzekering tegen wateroverlast: In welke mate zijn overstromingen af te bakenen en te beheersen, persconferentie. Agentschap voor Geografische Informatie Vlaanderen. [Online beschikbaar]: http://geo-vlaanderen.gisvlaanderen.be/Geo-Vlaanderen/overstromingskaarten/help/persconf_pt_2de_versie_3.pdf
- [9] S. Qin en T. Badgwell, "A survey of industrial model predictive control technology," *Control Engineering Practice*, vol. 11, nr. 7, pp. 733–764, 2003. [Online beschikbaar]: http://cepac.cheme.cmu.edu/pasilectures/darciodolak/Review_article_2.pdf
- [10] J. Rossiter, *Model-Based Predictive Control: A Practical Approach*, R. Bishop, Ed. CRC Press, 2003.

- [11] T. Barjas Blanco, P. Willems, B. De Moor, en J. Berlamont, "Flooding Prevention of the Demer River using Model Predictive Control," in *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, 2008. [Online beschikbaar]: <ftp://ftp.esat.kuleuven.ac.be/sista/tbarjan/IFAC08.pdf>
- [12] T. Barjas Blanco, P. Willems, J. Berlamont, B. De Moor, K. Cauwenberghs, S. Rombauts, en F. Raymaekers, "Real-time sturing van wachtbekkens," *Water*, vol. 25, 2006. [Online beschikbaar]: <http://www.tijdschriftwater.be/water25-11HI.pdf>
- [13] P. Willems, T. Barjas Blanco, P.-K. Chiang, K. Cauwenberghs, J. Berlamont, en B. De Moor, "Evaluation of river flood regulation by means of model predictive control," in *4th International Symposium on Flood Defence: Managing Flood Risk, Reliability and Vulnerability*, 2008.
- [14] P. van Overloop, "Model Predictive Control of Open Water Systems," Ph.D. dissertatie, Technische Universiteit Delft, 2006.
- [15] V. Ruiz en J. Ramirez, "Predictive Control in Irrigation Canal Operation," *IEEE SMC98*, vol. 4, pp. 3987–3901, 1998. [Online beschikbaar]: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=726696&isnumber=15672>
- [16] T. Thai, "Numerical Methods for Parameter Estimation and Optimal Control for the Red River Network," Ph.D. dissertatie, Universität Heidelberg, 2005. [Online beschikbaar]: http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?idn=975808583&dok_var=d1&dok_ext=pdf&filename=975808583.pdf
- [17] Het Demerbekken. Provincie Vlaams Brabant. [Online beschikbaar]: <http://www.water4all.be/site/downloads/algemeen/demer.pdf>
- [18] *De Digitale Demer. Een nieuw en krachtig instrument voor waterpeilbeheer*, Ministerie van de Vlaamse Gemeenschap Std., december 2003. [Online beschikbaar]: <http://www.lin.vlaanderen.be/awz/waterstanden/hydra/publicaties/demer-brochure.pdf>
- [19] Coördinatiecommissie Integraal Waterbeleid Vlaanderen. Beschikbaar op 29 mei 2009. [Online beschikbaar]: <http://www.bekkenwerking.be/bekkens>
- [20] J. Heylen, "Verslag Hoge Waterstanden Demerbekken Sep 98," Ministerie van de Vlaamse Gemeenschap, Departement Leefmilieu en Infrastructuur, Administratie Waterwegen en Zeewezen, Afd. Waterbouwkundig Laboratorium en Hydrologisch Onderzoek, Tech. Rep., 1999.
- [21] Overstromingsvoorspeller Vlaanderen. Vlaamse Milieu Maatschappij. [Online beschikbaar]: www.overstromingsvoorspeller.be
- [22] T. Barjas Blanco, B. De Moor, P. Willems, en J. Berlamont, "Flood prevention combining model predictive control with expert knowledge," in *26th Benelux Meeting on Systems and Control*, 2007.
- [23] D. C. Rogers en J. Goussard, "Canal control algorithms currently in use." *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 124, nr. 1, pp. 11–15, 1998.
- [24] J. Nocedal en S. Wright, *Numerical Optimization*, T. Mikosch, S. Resnick, en S. Robinson, Eds. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 2006.
- [25] M. Diehl, "Numerieke Optimalisatie," in *Cursus aan de K.U.Leuven, H03E3A: Optimalisatie*, 2007. [Online beschikbaar]: <http://www.kuleuven.be/onderwijs/aanbod/syllabi/H03E3AN.htm>

- [26] E. Camacho en C. Bordons, "Nonlinear Model Predictive Control: an Introductory Survey," in *Preprints International Workshop on Assessment and Future Directions of Nonlinear Predictive Control NMPC'05*, R. F. F. A. L. Biegler, Ed., Augustus 2005, pp. 15–30.
- [27] J. Vandewalle, J. Schoukens, en J. Suykens, "Systeemidentificatie en modellering," in *Cursus aan de K.U.Leuven, H03E1A: Systeemidentificatie en modellering*, 2007. [Online beschikbaar]: <http://www.kuleuven.be/onderwijs/aanbod/syllabi/H03E1AN.htm>
- [28] B. De Moor, K. Eneman, en Y. Cheng, "Computer Aided Control System Design," in *Cursus aan de K.U.Leuven, H03E8A: Computergestuurde regeltechniek*, 2007. [Online beschikbaar]: <http://www.kuleuven.be/onderwijs/aanbod/syllabi/H03E8AN.htm>
- [29] G. Vaes, P. Willems, en J. Berlamont, "Het gebruik van bakmodellen voor de voorspelling van de invoer in waterloopmodellen ter plaatse van riooloverstorten," *Water*, vol. 4, 2002. [Online beschikbaar]: http://viwc.lin.vlaanderen.be/water/ts2002_04_bakmodellen.pdf
- [30] R. Findeisen en F. Allgöwer, "An Introduction to Nonlinear Model Predictive Control," in *21st Benelux Meeting on Systems and Control*, 2002.
- [31] M. Henson, "Nonlinear Model Predictive Control: Current Status and Future Directions," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 23, nr. 2, pp. 187–202, 1998. [Online beschikbaar]: http://www-unix.ecs.umass.edu/che/henson_group/research/hybrid/cce98h.pdf
- [32] B. Kouvaritakis, M. Cannon, en J. Rossiter, "Non-linear model based predictive control," *Int. J. Control*, vol. 72, nr. 10, pp. 919–928, 1999.
- [33] F. Allgöwer, T. Badgwell, J. Qin, J. Rawlings, en S. Wright, "Nonlinear Predictive Control and Moving Horizon Estimation - Introductory Overview," in *Advances in Control, Highlights of ECC'99*, ser. Springer, 1999, pp. 391–449.
- [34] W. Van Brempt, P. Van Overschee, T. Backx, J. Ludlage, P. Hayot, L. Oostvogels, en S. Rahman, "Grade-Change Control using inca Model Predictive Controller: Application on a dow Polystyrene Process Model," in *Proceedings of the American Control Conference, Denver, Colorado, June 2003*. [Online beschikbaar]: http://www.ipcos.com/cms/uploads/paper_PathFinder_PS2.pdf
- [35] B. De Moor, "Advanced Process Control," in *Cursus aan de K.U.Leuven, H03E8A: Computergestuurde regeltechniek*, 2007. [Online beschikbaar]: <http://www.kuleuven.be/onderwijs/aanbod/syllabi/H03E8AN.htm>
- [36] J. Van Impe, "Geavanceerde procesregeling in de (bio)chemische industrie," in *Cursus aan de K.U.Leuven, H06J1A: Geavanceerde procesregeling in de (bio)chemische industrie*, 2008. [Online beschikbaar]: <http://www.kuleuven.be/onderwijs/aanbod/syllabi/H06J1AN.htm>
- [37] E. Dougherty, *Random Processes for Image Signal Processing*, E. Dougherty, Ed. Wiley-IEEE Press, 1998.
- [38] P. van Overloop, S. Weijs, en S. Dijkstra, "Multiple Model Predictive Control on a drainage canal system," *Control Engineering Practice*, vol. 16, nr. 5, pp. 531–540, May 2008.
- [39] N. Haverbeke, T. Van Herpe, M. Diehl, G. Van den Berghe, en B. De Moor, "Nonlinear model predictive control with moving horizon state and disturbance estimation - Application to the normalization of blood glucose in the critically ill," in *Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control*, 2008.

- [40] C. Rao, J. Rawlings, en J. Lee, "Constrained linear state estimation- a moving horizon approach," *Automatica*, vol. 37, pp. 1619–1628, February 2001.
- [41] C. Rao, J. Rawlings, en D. Mayne, "Constrained state estimation for nonlinear discrete-time systems: Stability and moving horizon approximations," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, pp. 246–258, 2003. [Online beschikbaar]: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=1178905>

Lijst van symbolen

In het algemeen worden vectoren in het **vet** afgedrukt. De i -de component van een vector wordt voorgesteld door de naam van de vector gevolgd door (i) . Op één element na komen variabelen die geschreven worden met een hoofdletter, overeen met matrices. De uitzondering is N die de lengte voorstelt van de predictiehorizon van een MPC regelaar. Onderstaande tabel bevat de belangrijkste symbolen die gebruikt worden in deze masterproef:

Symbol	Beschrijving	Eenheid
Operatoren		
∇	de gradiënt van een functie $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: $\nabla f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^T$	
∇^2	de Hessiaan van een functie $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$: $\nabla^2 f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)$	
Δ	het verschil tussen twee opeenvolgende vectoren: $\Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}$	
Optimalisatietheorie		
\mathbf{x}	vector van variabelen of onbekenden	
$f(\mathbf{x})$	doelfunctie	
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	vectoriële functie van gelijkheidsbeperkingen	
$g_i(\mathbf{x})$	i -de gelijkheidsbeperking	
$\mathbf{h}(\mathbf{x})$	vectoriële functie van ongelijkheidsbeperkingen	
$h_i(\mathbf{x})$	i -de ongelijkheidsbeperking	
$\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}$	Lagrangevermenigvuldigers	
\mathcal{E}	de verzameling van indices van de gelijkheidsbeperkingen	
\mathcal{I}	de verzameling van indices van de ongelijkheidsbeperkingen	
$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$	Lagrangiaan	

Symbol	Beschrijving	Eenheid
Model Predictieve Controle		
\mathbf{x}_k	toestanden van het model op tijdstip k	
n_x	aantal toestanden van het model	
\mathbf{u}_k	ingangen van het model op tijdstip k	
\mathbf{u}_k^{ref}	referentiewaarden voor de ingangen van het model op tijdstip k	
n_u	aantal ingangen van het model	
\mathbf{y}_k	uitgangen van het model op tijdstip k	
\mathbf{y}_k^{ref}	referentiewaarden voor de uitgangen van het model op tijdstip k	
n_y	aantal uitgangen van het model	
\mathbf{d}_k	storingangen van het model op tijdstip k	
n_d	aantal storingangen van het model	
$A, B, C,$ D, V, W	matrices van het lineaire toestandsruimtemodel: $\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = A\mathbf{x}_k + B\mathbf{u}_k + V\mathbf{d}_k \\ \mathbf{y}_k = C\mathbf{x}_k + D\mathbf{u}_k + W\mathbf{d}_k \end{cases}$	
\mathbf{s}, \mathbf{t}	vectoriële functies van het niet-lineaire toestandsruimtemodel: $\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{s}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k) \\ \mathbf{y}_k = \mathbf{t}(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k) \end{cases}$	
N	lengte van de predictiehorizon	
q_l	debiet l	m^3/s
v_l	volume l	m^3
k_l	klep l	m [TAW]
h_l	waterhoogte l	m [TAW]

Lijst van afkortingen

Afkorting	Betekenis
HIC	Hydrologisch Informatiecentrum
LICQ	lineaire onafhankelijke beperkingen (<i>linear independence constraint qualification</i>)
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
KMI	Koninklijk Meteorologisch Instituut van België
MHE	bewegende horizon schatting (<i>Moving Horizon Estimation</i>)
MPC	Model Predictieve Controle (<i>Model Predictive Control</i>)
NLP	Niet-lineair optimalisatieprobleem
NMPC	Niet-lineaire Model Predictieve Controle
NOC	nodige optimaliteitsvoorwaarde (<i>necessary optimality condition</i>)
OBM	Operationeel Bekken Model
QP	kwadratisch optimalisatieprobleem (<i>quadratic programming problem</i>)
SOC	voldoende optimaliteitsvoorwaarde (<i>sufficient optimality condition</i>)
TAW	Tweede Algemene Waterpassing
VMM	Vlaamse Milieu Maatschappij

Lijst van figuren

1.1	De effectief en mogelijk overstromingsgevoelige gebieden voor het Vlaamse Gewest in 2005	2
2.1	Situering van het stroomgebied van de Demer in het Vlaamse Gewest	8
2.2	Het stroomgebied van de Demer met de verschillende deelbekkens	8
2.3	De evolutie van de Demer: rechttrekking en afsnijding van meanders	9
2.4	Overstromingen te Zichem in 2002	10
2.5	De gemodelleerde rivieren in het Operationeel Bekken Model van de Demer en het studiegebied voor de masterproef	12
2.6	De schematische voorstelling van de OBM-Demer voor het behandelde Demerbekken binnen het onderzoek aan de K.U.Leuven	14
3.1	MPC en het schuivende tijdsvenster	23
3.2	Schematische voorstelling van het NMPC algoritme “online linearisatie”	29
4.1	De schematische voorstelling van de werking van de INCA Engine in combinatie met de zelf geïmplementeerde uitbreidingen in Matlab.	34
4.2	Geografische voorstelling van het Demerbekken	36
4.3	De conceptuele modelstructuur voor het gebied Schulensmeer en Webbekom	37
4.4	De schematische voorstelling van het conceptuele model van het gebied rond het Schulensmeer	37
4.5	Foto’s van de Demer met het Schulensmeer	38
4.6	Visualisatie van de niet-lineaire karakteristieken van de sluizen	39
4.7	Weergave van de niet-lineaire karakteristieken van de sluizen in een driedimensionaal beeld	39
4.8	Historische opwaartse neerslagafstromingsdebieten voor de zware overstromingen in september 1998	44
4.9	De simulatieresultaten voor de drie-standen regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998	46
4.10	De simulatieresultaten voor de drie-standen regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij kort tweemaal na elkaar een grote was plaatsvindt	46
4.11	De simulatieresultaten voor de eerste implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998	49

4.12 De simulatieresultaten voor de tweede implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998	51
4.13 De simulatieresultaten voor de tweede implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij tweemaal kort na elkaar een grote was plaatsvindt	53
4.14 De simulatieresultaten voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998	55
4.15 De simulatieresultaten voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer waarbij tweemaal kort na elkaar een grote was plaatsvindt	56
4.16 De simulatieresultaten voor het grote model van de Demer voor de drie-standen regelaar voor de historische data van september 1998	60
4.17 Slechte benadering voor de lineaire modellen	61
4.18 Evolutie van de verhouding van de maximale en minimale eigenwaarde van de Hessiaan van het QP in de tijd	62
4.19 De simulatieresultaten voor het grote model van de Demer voor de MPC regelaar voor de historische data van september 1998	64
4.20 Werking van het algoritme voor het modelleren van onzekerheid op de neerslag . .	66
4.21 Vergelijking van de modellering van de onzekerheid op de neerslag met uniforme witte ruis.	66
4.22 Voorbeeld van relatieve perturbaties op de neerslagvoorspellingen binnen de horizon met de bijhorende onzekerheidsgrenzen	67
4.23 De simulatieresultaten voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998 waarbij de neerslagvoorspellingen onderschat zijn	68
4.24 De simulatieresultaten voor de Meervoudige MPC regelaar toegepast op het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998 waarbij de neerslagvoorspellingen onderschat zijn	70
4.25 De simulatieresultaten voor de Meervoudige MPC regelaar toegepast op het gereduceerde gebied rond het wachtbekken Schulensmeer voor de historische data van september 1998 waarbij de neerslagvoorspellingen onderschat zijn en tweemaal kort na elkaar een grote was plaatsvindt	70
B.1 Kansdichtheidsfunctie voor de β -verdeling voor een aantal combinaties van α en β	100

Lijst van tabellen

1.1	Evolutie van het aantal zware overstromingen in de wereld, Europa en België tussen 1970 en 2006	1
2.1	Schaderapport van de laatste overstromingen van de Demer	10
4.1	Kwantitatieve vergelijking van de MPC regelaars en de huidige regelaar voor het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer	57
4.2	Vergelijking van de simulatieresultaten voor de MPC regelaar en de geavanceerde drie-standen regelaar voor het grote model	63
4.3	Kwantitatieve vergelijking van de MPC regelaars voor het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer bij onzeker neerslagvoorspellingen	69

Lijst van algoritmes

3.1	Pseudocode voor het SQP-algoritme voor het oplossen van niet-lineaire optimalisatieproblemen	20
4.1	Uitwerking van de regelobjectieven en beperkingen voor de eerste implementatie van de MPC regelaar voor het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer	47
4.2	Uitwerking van de regelobjectieven en beperkingen voor de tweede implementatie van de MPC regelaar voor het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer	50
4.3	Uitwerking van de regelobjectieven en beperkingen voor de derde implementatie van de MPC regelaar voor het model van het gereduceerde gebied rond het Schulensmeer	54

Bijlagen

Bijlage A

Optimalisatietheorie

In dit hoofdstuk wordt de theoretische basis waarvan sectie 3.1 vertrekt, kort toegelicht. In sectie A.1 worden enkele basisdefinities gedefinieerd samen met de formulering van het algemene optimalisatieprobleem. Sectie A.2 gaat dieper in op de klasse van convexe optimalisatieproblemen. Tenslotte wordt in sectie A.3 aandacht geschonken aan de Karush-Kuhn-Tucker optimaliteitsvoorwaarde. Deze secties zijn grotendeels gebaseerd op [24] en [25].

A.1 Wiskundige formulering en definities

Wiskundig gezien wordt een optimalisatieprobleem gekarakteriseerd door de volgende elementen:

- de beslissingsvariabelen \mathbf{x} : een vector bestaande uit n variabelen of onbekenden;
- de doelfunctie f : dit is een scalaire functie van \mathbf{x} die geminimaliseerd moet worden;
- en de beperkingen die gerespecteerd moeten worden: dit zijn scalaire functies van \mathbf{x} die gelijkheden ($g_i(\mathbf{x}) = 0$) of ongelijkheden ($h_j(\mathbf{x}) \geq 0$) definiëren waaraan \mathbf{x} moet voldoen.

Het algemene optimalisatieprobleem kan als volgt neergeschreven worden:

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \quad \text{met} \quad \begin{cases} g_i(\mathbf{x}) = 0, & i \in \mathcal{E}, \\ h_j(\mathbf{x}) \geq 0, & j \in \mathcal{I}, \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

met $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $g_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $h_j : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ en met \mathcal{E} en \mathcal{I} de verzamelingen van indices van resp. de gelijkheids- en ongelijkheidsbeperkingen. Naast dit algemene optimalisatieprobleem zijn ook nog enkele definities van belang:

Definitie A.1 De *toegelaten verzameling* (“feasible set”) is de verzameling $\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \forall i \in \mathcal{E}, g_i(\mathbf{x}) = 0, \forall j \in \mathcal{I}, h_j(\mathbf{x}) \geq 0\}$.

Definitie A.2 Een punt \mathbf{x}^* is een *globale oplossing* van (A.1) $\Leftrightarrow \mathbf{x}^* \in \Omega$ en $\forall \mathbf{x} \in \Omega : f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$.

Een punt \mathbf{x}^* is een **strikte globale oplossing** van (A.1) $\Leftrightarrow \mathbf{x}^* \in \Omega$ en $\forall \mathbf{x} \in \Omega \setminus \{\mathbf{x}^*\} : f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$.

Definitie A.3 Een punt \mathbf{x}^* is een **lokale oplossing** van (A.1) $\Leftrightarrow \mathbf{x}^* \in \Omega$ en er bestaat een omgeving \mathcal{N} van \mathbf{x}^* zodat $\forall \mathbf{x} \in \Omega \cap \mathcal{N} : f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$.

Een punt \mathbf{x}^* is een **strikte lokale oplossing** van (A.1) $\Leftrightarrow \mathbf{x}^* \in \Omega$ en er bestaat een omgeving \mathcal{N} van \mathbf{x}^* zodat $\forall \mathbf{x} \in (\Omega \cap \mathcal{N}) \setminus \{\mathbf{x}^*\} : f(\mathbf{x}^*) < f(\mathbf{x})$.

A.2 Convex programmeren

“Convexiteit” is een belangrijke eigenschap bij het oplossen van een optimalisatieprobleem en kan zowel toegepast worden op verzamelingen als op functies:

Definitie A.4 Een verzameling $S \in \mathbb{R}^n$ is een **convexe verzameling** als en slechts als

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in S, \forall \alpha \in [0, 1] : \alpha \mathbf{x} + (1 - \alpha) \mathbf{y} \in S.$$

Voorbeelden van een convexe verzameling zijn:

- affine ruimten: $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid A\mathbf{x} = \mathbf{b}\}$, met $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$
- en polyhedrons: $S = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid C\mathbf{x} \geq \mathbf{d}\}$, met $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^m$.

Definitie A.5 Een functie f is een **convexe functie** over een domein S indien het domein S convex is en indien:

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in S, \forall \alpha \in [0, 1] : f(\alpha \mathbf{x} + (1 - \alpha) \mathbf{y}) \leq \alpha f(\mathbf{x}) + (1 - \alpha) f(\mathbf{y}).$$

Voorbeelden van convexe doelfuncties zijn:

- lineaire functies $f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}$ met $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^n$;
- en kwadratische functies $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{x}$.

Definitie A.6 **Convex optimalisatieproblemen** vormen een speciale klasse van het algemene optimalisatieprobleem (A.1) waarbij:

- de doelfunctie f convex is;
- de gelijkheidsbeperkingen $g_i(\mathbf{x})$, $i \in \mathcal{E}$, lineair zijn;
- en de ongelijkheidsbeperkingen $h_j(\mathbf{x})$, $j \in \mathcal{I}$, convex zijn.

Het belang van convexiteit wordt aangetoond door het volgende theorema:

Theorema A.1 Voor convexe optimalisatieproblemen is elk **lokaal** optimum ook een **globaal** optimum.

Bewijs.

Stel dat \mathbf{x}^* een lokaal optimum is van

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n} f(\mathbf{x}) \text{ met } \mathbf{x} \in \Omega, \quad (\text{A.2})$$

waarbij Ω en f convex zijn.

1. \mathbf{x}^* is een lokaal optimum van (A.2) $\stackrel{(\text{def. A.3})}{\Rightarrow} \exists \mathcal{N}$ van $\mathbf{x}^* : \forall \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N} \cap \Omega : f(\tilde{\mathbf{x}}) \geq f(\mathbf{x}^*)$
2. neem een willekeurig punt $\mathbf{y} \in \Omega$
 - aangezien \mathcal{N} een omgeving voorstelt rond \mathbf{x}^* , bestaat er een t , met $t > 0$ en $t \leq 1$, zodat $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^* + t(\mathbf{y} - \mathbf{x}^*) \in \mathcal{N}$
 - omdat Ω convex is, geldt dat $\tilde{\mathbf{x}} \in \Omega$
 - $\Rightarrow \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N} \cap \Omega$
3. omwille van de lokale optimaliteit van \mathbf{x}^* geldt dat $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\tilde{\mathbf{x}})$, uit de convexiteit van f en punt 2. volgt dan $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\tilde{\mathbf{x}}) = f(\mathbf{x}^* + t(\mathbf{y} - \mathbf{x}^*)) \leq f(\mathbf{x}^*) + t(f(\mathbf{y}) - f(\mathbf{x}^*))$
 $\stackrel{t \geq 0}{\Rightarrow} \forall \mathbf{y} \in \Omega : f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{y})$.

■

Uit dit theorema kan afgeleid worden dat convexe optimalisatieproblemen met een eindig aantal oplossingen slechts één uniek optimum bevatten. M.a.w. algoritmen die enkel gegarandeerd convergeren naar een lokale oplossing maar niet naar de globale oplossing, zullen voor convexe optimalisatieproblemen met 100 % zekerheid altijd de globale oplossing vinden. Daarom wordt in de praktijk vaak geopteerd om te werken met een convex optimalisatieprobleem omdat met deze algoritmen met absolute zekerheid de globale oplossing gevonden wordt.

A.3 Optimaliteitsvoorwaarden

In de literatuur staan nodige (*necessary*, NOC) en voldoende optimaliteitsvoorwaarden (*sufficient optimality conditions*, SOC) beschreven voor optimalisatieproblemen. De optimaliteitsvoorwaarden zijn verschillend voor een optimalisatieprobleem zonder en met beperkingen. Aangezien in de context van MPC beperkingen aanwezig zullen zijn, zal enkel aandacht geschonken worden aan de tweede klasse van optimalisatieproblemen. De NOC van eerste orde voor het optimalisatieprobleem (A.1) staat in de literatuur beter bekend als de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) optimaliteitsvoorwaarde. Vooraleer deze voorwaarde te bespreken, moeten eerst de volgende definities ingevoerd worden:

Definitie A.7 Een ongelijkheidsbeperking $h_i(\mathbf{x}^*) \geq 0$ is **actief** voor \mathbf{x}^* indien $h_i(\mathbf{x}^*) = 0$ en **inactief** anders. De **actieve verzameling** $\mathcal{A}(\mathbf{x}^*)$ bevat de indices i van de actieve beperkingen.

Definitie A.8 Een punt $\mathbf{x}^* \in \Omega$ met Ω de verzameling die voldoet aan definitie A.1 voldoet aan de **kwalificatie van lineaire onafhankelijke beperkingen (LICQ, Linear Independence Constraint Qualification)** indien alle vectoren $\nabla g_i(\mathbf{x})$, $i \in \mathcal{E}$ en $\nabla h_i(\mathbf{x})$, $i \in \mathcal{A}(\mathbf{x}^*)$ lineair onafhankelijk zijn.

Definitie A.9 De **Lagrangiaan**(functie) voor (A.1) is gedefinieerd als $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda} - h(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\mu}$ waarbij $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^m$ (met m het aantal gelijkheidsbeperkingen) en $\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^q$ (met q het aantal gelijkheidsbeperkingen) de **Lagrangevermenigvuldigers** genoemd worden.

Op basis van deze definities luidt de KKT-optimaliteitsvoorwaarde als volgt:

Theorema A.2 (KKT-optimaliteitsvoorwaarde) Indien \mathbf{x}^* een lokaal optimum is van (A.1) en voldoet aan LICQ, dan bestaan de Lagrangevermenigvuldigers $\boldsymbol{\lambda}^* \in \mathbb{R}^m$ en $\boldsymbol{\mu}^* \in \mathbb{R}^q$ met

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*) &= 0, \\ g_i(\mathbf{x}^*) &= 0, \forall i \in \mathcal{E}, \\ h_j(\mathbf{x}^*) &\geq 0, \forall j \in \mathcal{I}, \\ \boldsymbol{\mu}_j^* &\geq 0, \forall j \in \mathcal{I}, \\ \boldsymbol{\mu}_j^* h_j(\mathbf{x}^*) &= 0, \forall j \in \mathcal{I}, \end{aligned} \tag{A.3}$$

Voor convexe programmeerproblemen vormen de KKT-optimaliteitsvoorwaarden niet alleen nodige, maar tegelijkertijd ook voldoende voorwaarden voor (globale) optimaliteit. Voor convex programmeren reduceert het probleem zich dus tot het vinden van $(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*)$ die voldoen aan de KKT-voorwaarden.

Naast deze NOC van eerste orde bestaan er ook nog NOC en SOC van tweede orde. Omdat in deze masterproef met convexe programmeerproblemen gewerkt zal worden, zijn deze hier van minder belang en worden dan ook buiten beschouwing gelaten.

Appendix B

Statistiek

In deze bijlage wordt de β -distributie kort toegelicht en worden de voorwaarden voor het algoritme voor het modelleren van de onzekerheid op de neerslagvoorspellingen in sectie 4.2.7.1 uitgewerkt.

De β -distributie

De kansdichtheidsverdeling van de β -distributie over het eenheidsinterval wordt gegeven door

$$\begin{aligned} f(x; \alpha, \beta) &= \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{\int_0^1 u^{\alpha-1}(1-u)^{\beta-1} du} \\ &= \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}. \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

Deze distributie kan verschillende vormen aannemen afhankelijk van de waarden voor α en β (figuur B.1).

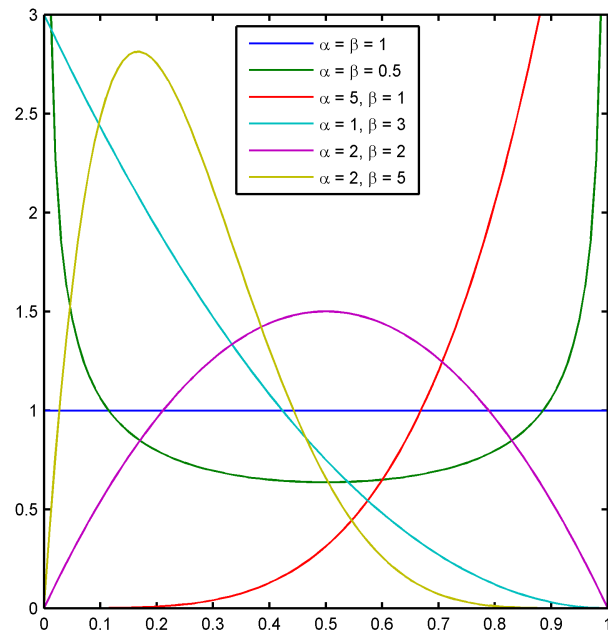
Voor het algoritme in sectie 4.2.7.1 moet de distributie voor de perturbatie p op tijdstip i voldoen aan:

1. de locatie van het maximum van de distributie moet liggen op p_{i-1} ;
2. en de verhouding van de afstand van het gemiddelde van de distributie tot het midden van het onzekerheidsinterval tot de afstand van dit gemiddelde tot p_{i-1} moet gelijk zijn aan d .

In deze sectie zullen deze twee voorwaarden verder uitgewerkt worden voor het eenheidsinterval. Uitbreiding naar andere onzekerheidsintervallen is triviaal.

De eerste voorwaarde geeft het volgende verband tussen α en β :

$$\begin{aligned} \left(\frac{df(x; \alpha, \beta)}{dx} \right)_{x=p_{i-1}} = 0 &\Leftrightarrow (\alpha - 1)p_{i-1}^{\alpha-2}(1 - p_{i-1})^{\beta-1} = p_{i-1}^{\alpha-1}(\beta - 1)(1 - p_{i-1})^{\beta-2} \\ &\stackrel{\alpha, \beta > 1}{\Rightarrow} (\alpha - 1)p_{i-1}^{-1} = (\beta - 1)(1 - p_{i-1})^{-1} \\ &\Leftrightarrow \alpha = C(\beta - 1) + 1 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$



Figuur B.1: Kansdichtheidsfunctie voor de β -verdeling voor een aantal combinaties van α en β .

met $C = -\frac{p_{i-1}}{p_{i-1}-1}$. In de tweede stap wordt uitgegaan van de voorwaarde $\alpha, \beta > 1$ omdat dit de distributies geeft met de gewenste vorm (distributies met één eindig maximum).

Het gemiddelde van (B.1) wordt gegeven door $\mu = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$. Hiermee herleidt de tweede voorwaarde zich tot

$$\frac{\mu - 0.5}{\mu - p_{i-1}} = d \Leftrightarrow \mu = \frac{0.5}{1-d} - \frac{d}{1-d} p_{i-1}. \quad (\text{B.3})$$

Vergelijking (B.2) en (B.3) geven dan samen een stelsel waaruit α en β opgelost kunnen worden.

Bijlage C

Overstromingskaart van de Demer in 1998

De overstromingskaart op de volgende pagina geeft de omvang en de positie weer van de overstromingen van de Demer in 1998. Deze kaart is ter beschikking gesteld door de Afdeling Water van de Vlaamse Milieu Maatschappij. De studie van deze overstromingskaarten is uitgevoerd door het Ingenieursbureau Soresma nv.

Overstromingen demerbekken 1998

